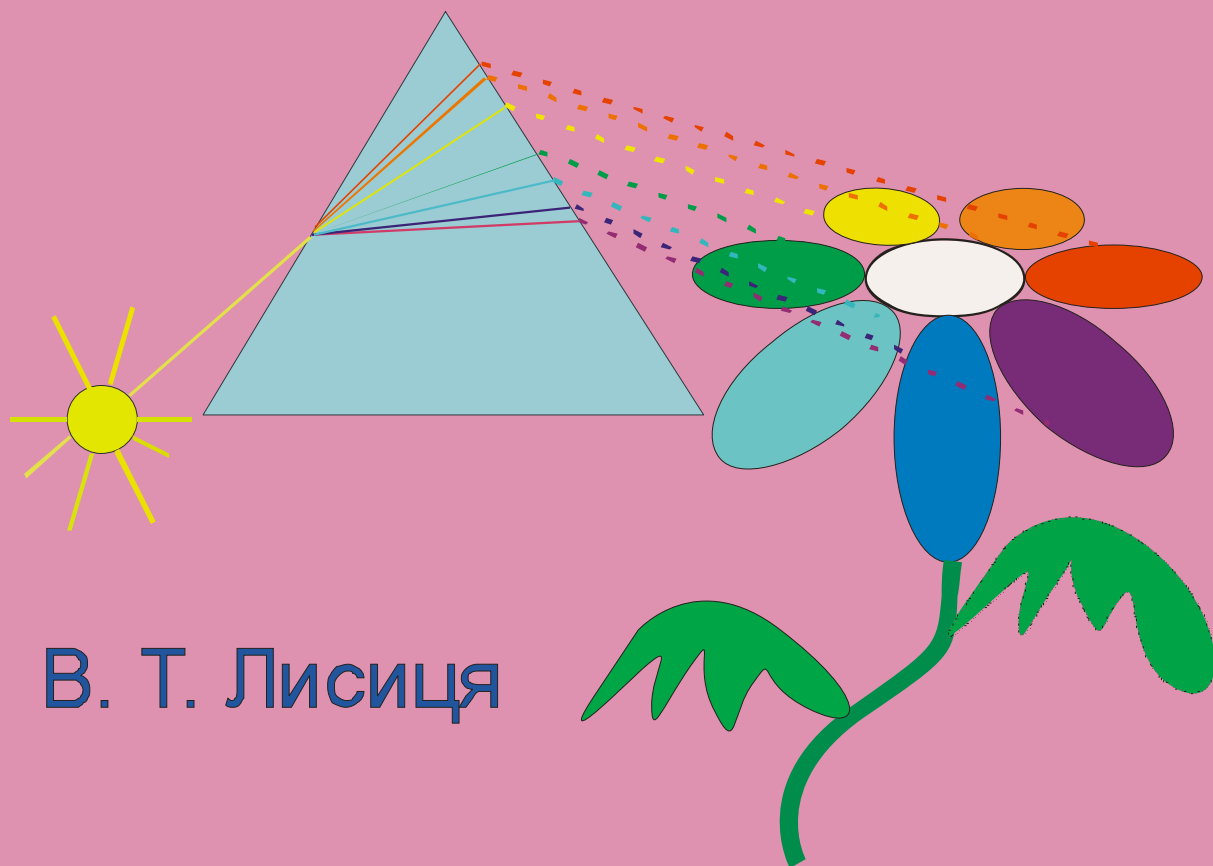


Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна



В. Т. Лисиця

# КОЛІРНІ МОДЕЛІ ТА ЗАКОНИ ПОШИРЕННЯ СВІТЛА

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИЙ ПОСІБНИК

ХАРКІВ - 2012

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА  
СПОРТУ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
імені В. Н. КАРАЗІНА

В. Т. Лисиця

КОЛІРНІ МОДЕЛІ ТА ЗАКОНИ ПОШИРЕННЯ  
СВІТЛА

Навчально-методичний посібник  
для студентів механіко-математичного факультету,  
спеціальність «інформатика»

Харків – 2012

УДК 004.92 (075.8)

ББК 32.973я73

Л63

**Рецензенти:**

доктор технічних наук, професор кафедри інформатики  
Національного аерокосмічного університету ім. М. Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут» **Соколов О.Ю.;**

доктор технічних наук, професор кафедри теоретичної та прикладної  
інформатики Харківського національного університету імені  
В. Н. Каразіна **Жолткевич Г.М.**

*Затверджено до друку рішенням Науково-методичної ради  
Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна  
(протокол №1 від 11.10.2012 р.)*

Л63

**Лисиця В. Т.**

**Колірні моделі та закони поширення світла: навчально-методичний посібник для студентів механіко-математичного факультету, спеціальність «інформатика» / В. Т. Лисиця – Х. : ХНУ імені В.Н. Каразіна, 2012. – 82 с.**

У запропонованому навчально-методичному посібнику викладаються основні відомості, що стосуються колірних моделей та законів поширення світла у комп'ютерній графіці, дано фізичні, фізіологічні та математичні основи теорії колірного зору та побудови колірних моделей, реалістичних зображень. Мета видання – дати студентам можливість більш якісно засвоїти теоретичні основи курсу «Обробка зображень та мультимедіа», який передбачено програмою підготовки фахівців за спеціальністю «інформатика».

**УДК 004.92 (075.8)**

**ББК 32.973я73**

© Харківський національний університет  
імені В. Н. Каразіна, 2012

© Лисиця В. Т., 2012

© Лисиця В. Т., макет обкладинки 2012

# ЗМІСТ

1. Вступ.....	4
2. Основні поняття.....	7
2.1. Способи візуалізації.....	7
2.2. Роздільна здатність монітора.....	8
2.3. Глибина кольору піксельної графіки.....	9
3. Колір.....	13
3.1. Фізика кольору.....	13
3.2. Біологія кольору.....	15
3.3. Математика кольору.....	17
4. Колірні моделі.....	18
4.1. Колірна модель RGB.....	19
4.2. Моделі CIE XYZ та Lab.....	24
4.3. Моделі CMY та CMYK.....	33
4.4. Перцепційні колірні моделі.....	36
5. Поширення світла та освітленість.....	43
5.1. Ідеальне віддзеркалення.....	44
5.2. Модель Фонга .....	45
5.3. Дифузне віддзеркалення.....	47
5.4. Ідеальне заломлення світла.....	49
5.5. Дифузне заломлення світла .....	53
5.6. Розподіл енергії .....	54
6. Найпростіші моделі рендерінгу полігональних моделей ..	60
6.1. Метод сталого фарбування .....	60
6.2. Метод Гуро .....	63
6.3. Метод Фонга .....	65
7. Висновки.....	68
8. Історичні відомості.....	69
Література.....	80
Інтернет ресурси.....	81
Показчик скорочень.....	81
Словник.....	82

# 1. Вступ

Графіка у традиційному розумінні – це результат візуального зображення реального або уявного об'єкту, який отримано традиційними методами: малюванням, кресленням або друкуванням художніх образів.

Колір і форма – основні ознаки, що характеризують предмет, який ми спостерігаємо, та обумовлюють його індивідуальність. З цих двох ознак для правильного розпізнавання предмету колір зазвичай є менш важливим. Однак він є однією з основних якісних характеристик об'єкту і дає свій внесок у його загальний вигляд.

Сучасні комп'ютерні технології характеризуються появою нової області знань, яка дуже швидко розвивається. Ця область – комп'ютерна графіка. Вона включає в себе як традиційні сфери знань, так і нові інформаційні технології. Звичайно, що словосполучення «комп'ютерна графіка» виникло з появою комп'ютерів. На відміну від традиційного уявлення про графіку у комп'ютерній графіці розрізняють поняття створення та візуалізації зображення. Дуже часто у комп'ютерній графіці виконання роботи зі створення об'єкта відокремлено від його графічного зображення. Зображенням вважається візуальне представлення реального об'єкту, зафіксованого людиною за допомогою механічного, електронного, фотографічного процесу. У комп'ютерній графіці зображенням вважається об'єкт, який сприймається пристроєм виводу.

Необхідно відзначити наступну характерну рису комп'ютерних зображень. Ті зображення, які ми зустрічаємо у нашому повсякденному житті, реальні картини природи, можна нескінченно деталізувати, виявляти все нові і нові кольори та відтінки. Зображення, які зберігаються у пам'яті комп'ютера, незалежно від способу їх отримання та представлення завжди є тільки скороченою моделлю картини реального світу. Їх деталізація можлива лише у межах тих можливостей, які

дозволяє комп'ютер, і колірна гама не буде ширшою, ніж це дозволяє раніше обумовлена колірна модель.

Сьогодні комп'ютерна графіка являє собою розвинену область, яка використовується провідними авіа-, машинобудівними фірмами під час конструювання та виготовлення виробів, які потребують високої точності. Крім того, комп'ютерні технології значно прискорили роботу на етапі проектування. Основною задачею комп'ютерної графіки є візуалізація, тобто створення зображення виходячи з опису (моделі) того, що потрібно зобразити. Поступово комп'ютерна графіка увійшла у різні сфери повсякденного життя. До основних сфер застосування її технологій можна віднести такі:

- графічний інтерфейс користувача;
- спецефекти, візуальні ефекти, цифрова кінематографія;
- цифрове телебачення, internet, відеоконференції;
- цифрова фотографія;
- цифровий живопис;
- візуалізація наукових та ділових даних;
- комп'ютерні ігри, системи віртуальної реальності (наприклад, тренажери з керування автомобілем, літаком тощо);
- системи автоматизованого проектування;
- комп'ютерна томографія.

Цей перелік постійно поширюється, тому що використання комп'ютерної графіки у різних областях знань дає поштовх новим напрямкам.

Моделювання графічних об'єктів використовує математичні методи, досягнення у галузях фізики, природничих наук. Для реалістичного зображення сцен необхідно враховувати як геометрію складових об'єктів сцени, так і фізичні властивості матеріалів, з яких виготовлені об'єкти, біологічну будову живих об'єктів тощо.

Очевидно, що середовище, яке нас оточує, ми бачимо завдяки тому, що всі предмети відбивають світло, пропускають його через

себе, випромінюють. Ми бачимо світ у різних кольорах і відтінках. Фізика, біологія та математика кольору і закони поширення світла лягли в основу цього видання.

Для передачі та збереження кольору в комп'ютерній графіці використовуються різні форми його представлення. У загальному випадку колір – набір чисел, які представляють собою координати у певній колірній моделі. Ми розглянемо найбільш поширені колірні моделі на цей час.

Для моделювання тривимірних об'єктів необхідно враховувати закони поширення світла у середовищах, властивості об'єктів відбивати, заломлювати, випромінювати світло.

У цьому виданні висвітлені питання, які пов'язані з принципами побудови колірних моделей та з використанням законів поширення світла для моделювання просторових сцен.

## 2. Основні поняття

### 2.1. Способи візуалізації

Сьогодні найбільш відомими є два способи візуалізації: **растровий** та **векторний**.

Перший спосіб пов'язаний із такими графічними пристроями, як дисплей, телевізор, принтер. Другий використовується у векторних дисплеях, плотерах.

**Растрова візуалізація** заснована на представленні зображення на екрані або папері у вигляді сукупності окремих точок – **пікселів**.

Слово **піксель** походить від сполучення двох англійських слів – **picture** та **element**. З підкреслених частин цих слів було утворено нове слово – **pixel** (з підкреслених частин виходить слово **picel**, але у відповідності до правил англійського словоутворення його замінили на **pixel**).

**Растр** представляє собою прямокутник, який складається з пікселів. **Розмір растру** зазвичай вимірюється кількістю пікселів по горизонталі та вертикалі. Таким чином, растр – це матриця, яка складається з пікселів.

**Векторна візуалізація** – це утворення зображення на екрані або папері за допомогою малювання суцільних ліній (векторів) – прямих або кривих. Сукупність типів ліній (графічних примітивів), які використовуються як базові для векторної візуалізації, залежить від певного пристрою.

Сьогодні домінує растровий спосіб візуалізації. Це обумовлено тим, що растрові дисплеї та принтери є більш поширеними.

Недоліками растрових пристроїв є дискретність зображення. Недоліки векторних пристроїв – це проблеми із суцільним заповненням фігур, менша кількість кольорів, менша швидкість у порівнянні з растровими пристроями.



## 2.2. Роздільна здатність монітора

Якість комп'ютерного зображення визначається багатьма чинниками. Одним із ключових є поняття **роздільної здатності**.

Зображення на екрані монітора формується з крихітних елементів – пікселів. Саме кількість пікселів у зображенні і визначає його роздільну здатність.

Очі людини з нормальним зором здатні відрізнати об'єкти з кутовим розміром близько однієї мінуті. Якщо відстань до об'єкта дорівнює  $R$ , то можна приблизно оцінити цей розмір  $dP$  як довжину дуги, що дорівнює  $R \cdot \alpha$  (Рис. 1).

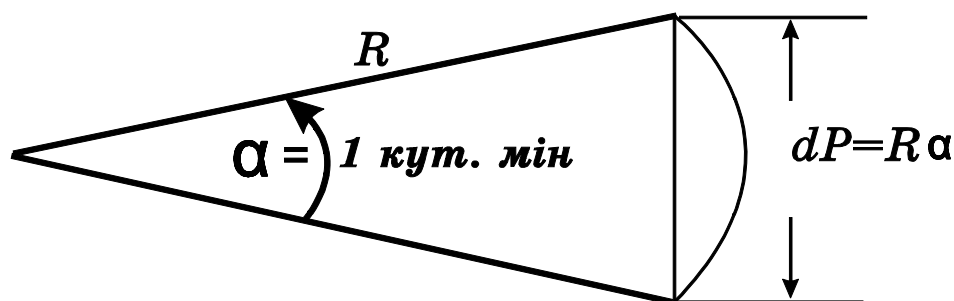


Рис. 1

Можна припустити, що людина відрізняє дискретність растра також у відповідності до цього мінімального розміру. Іншими словами, якщо відстань між окремими точками (пікселями) менше, ніж  $dP$ , то ці точки вже не сприймаються як окремі точки. Таким чином, можна знайти мінімальну роздільну здатність піксельного зображення, яке людиною вже не сприйматиметься як дискретне (тобто людина вже не буде відрізняти пікселі). Ця властивість буде оцінюватися кількістю пікселів, які розміщуються у певній одиниці довжини. За таку одиницю приймається дюйм (inch), який приблизно дорівнює

25,4 мм. Тоді можна оцінити роздільну здатність наступною величиною:  $ppi = \frac{25,4}{dP}$ .

Людина зазвичай розглядає друковані документи з відстані 300 мм, а монітор рекомендовано розглядати з відстані не ближче, ніж 500 мм. Для цих відстаней наведемо значення  $ppi$  у наступній таблиці:

Відстань $R$ , мм	Розмір $dP$ , мм	Роздільна здатність $ppi$
500	0.14	181
300	0.09	282

Величина  $ppi$ , яку ми розглянули вище, – це аббревіатура словосполучення *pixels per inch* – пікселів на дюйм. Для лазерних принтерів частіше використовується термін  $dpi = dots per inch$  – точок на дюйм. Це найбільш поширені одиниці виміру роздільної здатності. Залежно від пристроїв, на яких формується зображення, можуть використовуватися й інші одиниці:  $spi = samples per inch$  – елементів на дюйм,  $lpi = lines per inch$  – ліній на дюйм. Надалі ми будемо користуватись тільки одиницями  $ppi$  та  $dpi$ .

### 2.3. Глибина кольору піксельної графіки

Вище вже було зазначено, що теоретичними передумовами комп'ютерної графіки стали роботи І. Ньютона, Т. Юнга, Д. Максвела, Г. Грасмана. З появою комп'ютерної техніки з'явилися можливості для побудови реалістичних зображень за допомогою технічних приладів.

У загальному вигляді повнокольорове зображення (репродукція, кольорова фотографія, кольоровий слайд, врешті решт, чудова об'єктивна реальність) представляє собою неперервний (*continuous*) сигнал, який не має формально виражених елементів, кожному з яких можна було б поставити цифровий код. Отже, першим кроком для збереження реального зображення у комп'ютері і подальшої його обробки є примусова

дискретизація (*enforcement discretization*) зображення. Примусова дискретизація не враховує змісту зображення. Особливістю дискретизації зображень є двовимірність, що дозволяє використовувати для збереження даних математичний апарат матриць. Саме для цього утворюється віртуальна матриця тих же розмірів, що й розміри пристрою виводу графічної інформації. Засобами прикладних програм ця матриця зберігається у пам'яті комп'ютера. Вічка матриці заповнюються бітами інформації, які відповідають дискретизації зображення. Така матриця отримала назву «*бітової мапи*» (*bitmap*).

На даному етапі цифрове зображення («сховане зображення») має форму, яка може зберігатися та оброблятися на відповідних електронних пристроях, але сховану для людського зору та управління людиною. Далі починають працювати відповідні програми, які отриману матрицю (цифрову інформацію) візуалізують. Із віртуальної матриці цифрова інформація подається на пристрій виводу (наприклад – монітор комп'ютера).

Якість зображення залежить від пристрою виводу (монітора) та можливостей комп'ютерної пам'яті. Кількість комп'ютерної пам'яті, яка замовляється для кожного пікселя, називається *глибиною кольору*. Наведімо умовну класифікацію зображень наступним чином.

– Двокольорові (бінарні) зображення – потребують пам'яті 1 біт на піксель. Серед двокольорових найчастіше зустрічаються чорно-білі зображення. У цьому випадку на кожний піксель зображення у бітовій мапі «замовляється» тільки один біт. Такі зображення інколи називають *однобітовими* («*1-bit image*», або просто «*bitmap image*»).

– Півтонове зображення – це зображення за допомогою градацій сірого (або іншого) кольору. Якщо на кожний піксель замовити один байт пам'яті, то ми матимемо можливість виводити на екран зображення з 256 градаціями сірого кольору. Такі зображення називаються *восьмибітовими зображеннями* («*8-bit image*»). У такого зображення є ще назва «*сіра шкала*»

(«*grayscale*»). Для порівняння можна зазначити, що людське око у середньому відрізняє приблизно 64 градації сірого кольору.

– Кольорове зображення вимагає 2 біта на піксель і більше. Вище ми вже розглядали, як влаштований кольоровий монітор. Якщо для кожного люмінофору екранного пікселя замовити один байт пам'яті (тобто 24 біта на піксель), то ми матимемо можливість відтворити 16777216 кольорів (по 256 градацій на кожний люмінофор, тобто  $256 \times 256 \times 256$ ). Така глибина кольору називається **True Color**. Для порівняння зазначимо, що людське око може відрізнити приблизно 350000 кольорів.

Залежно від того, яке зображення ми хочемо отримати, у пам'яті комп'ютера «замовляється» відповідна бітова мапа. Якщо зображення у нас буде чорно-білим, то кожний піксель може мати або тільки чорний, або тільки білий колір. На рис. 1 дано приклад такого зображення.

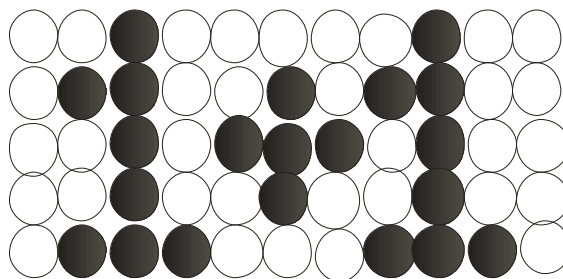


Рис. 1.

Якщо екран має розміри  $m \times n$  пікселів, то для повноекранного зображення потрібно  $m \times n$  біт пам'яті, або  $\frac{m \times n}{8}$  байт. Для отримання об'єму пам'яті у кілобайтах кількість байт треба поділити на 1024. Півтонове повноекранне зображення з 256 градаціями сірого кольору потребує  $m \times n$  байт, а зображення з глибиною **True Color** потребує  $m \times n \times 24$  біт, або  $m \times n \times 3$  байт пам'яті.

Раніше нами було розглянуто роздільну здатність монітора. Фактично вона визначає величину пікселя чисто геометрично. Глибина кольору визначає кількість комп'ютерної пам'яті для кожного пікселя, за допомогою якої складаються коди потенційних значень тону або кольору. З цих визначень

виходить, що роздільна здатність та глибина кольору фактично ніяк одне з одним не пов'язані. Хоча треба відзначити, що вони не можуть існувати окремо одне від одного. Не буває зображень із глибиною кольору, та без роздільної здатності і навпаки. Наприклад, для виведення на друк інженерних креслень потрібна дуже висока роздільна здатність, але однобітові зображення, а для роздрукування плакатів може бути невисока роздільна здатність і велика глибина кольору (24 біта).

### **Контрольні запитання**

1. Назвіть способи візуалізації.
2. Що називається пікселем та растром?
3. Що називається роздільною здатністю принтера, монітора?
4. Як оцінюється мінімальна роздільна здатність, при якій відрізняються окремі пікселі?
5. Що називається бітовою мапою?
6. Глибина кольору. Класифікація зображень за глибиною кольору.
7. Як знайти величину файлу повноекранного зображення?

### 3. Колір

Що собою представляє колір? За ті роки, що існує наука про світло і колір, було дано багато оцінок феномену світла, кольору і кольорового бачення, однак усі з них можна звести до одного простого визначення: колір – це сукупність психо-фізіологічних реакцій людини на світлове випромінювання, яке виходить від різних предметів, що випромінюють світло (джерела світла), а також від предметів, що віддзеркалюють та пропускають через себе (прозорі середовища) світло. Таким чином, людина має можливість бачити предмети, які її оточують, за рахунок світла – поняття фізичного світу, але сам колір вже не є поняттям фізики, оскільки він є суб'єктивним відчуттям, яке народжується у нашій свідомості під впливом світла.

#### **3.1. Фізика кольору**

Світлом і кольором дослідники цікавились давно. Одним з перших видатних досягнень у цій області були досліді **І. Ньютона** у 1666 році з розкладання білого кольору на складові частини. Раніше вважалось, що білий колір – найпростіший. Ньютон спростував це уявлення. Він провів наступний дослід: білий промінь світла (використовувалось сонячне світло) був направлений на скляну трикутну призму. Пройшовши через призму, промінь зламався і, направлений на екран, давав кольорову смугу – спектр. У спектрі були присутні усі кольори веселки. Ці кольори вже не розкладались на складові частини. Ньютон розбив увесь спектр на сім проміжків, які відповідали яскраво вираженим різним кольорам. Він вважав ці сім кольорів основними – червоний, оранжевий (жовтогарячий), жовтий, зелений, блакитний, синій, фіолетовий.

Друга частина дослідів Ньютона була такою. Промені, які пройшли через призму, направлялися на іншу призму, за допомогою якої вдалося знову отримати білий колір як суміш

множини різних кольорів. Таким чином було доведено, що білий колір – це суміш множини різних кольорів.

Наступні дослідження кольору виконували **Томас Юнг**, **Джеймс Максвелл** та інші вчені. Вивчення сприйняття кольорів людиною було вельми важливою задачею. Основні зусилля були направлені на дослідження об'єктивних властивостей світла. Сьогодні фізики вважають, що світло має подвійний характер. З одного боку, воно є потоком частинок (ще Ньютон висунув так звану корпускулярну теорію). З іншого боку, світло має властивості хвилі. **Христіан Гюйгенс** у 1678 році висунув хвильову теорію, за допомогою якої можна було пояснити багато властивостей світла, зокрема закони відбиття та заломлення світла. Однією з хвильових характеристик світла є **довжина хвилі** – відстань, яку проходить хвиля за один період коливання.

**Монохроматичним** називається випромінювання, спектр якого складається з однієї лінії, яка відповідає єдиній довжині хвилі. Веселка, яку отримав Ньютон, складається з нескінченної кількості монохроматичних випромінювань. Доволі якісним джерелом монохроматичного випромінювання є лазер. Діапазон довжин хвиль світла, які сприймає зір людини, розташовується в межах від 380 нм до 770 нм ( $1 \text{ нм} = 10^{-9} \text{ м}$ ). Умовно цей діапазон розбивається на такі смуги: 770–650 (нм) – **червоний колір**, 649–610 (нм) – **оранжевий (жовтогарячий)**, 609–570 (нм) – **жовтий**, 569–510 (нм) – **зелений**, 509–470 (нм) – **блакитний**, 469–400 (нм) – **синій**, 399–380 (нм) – **фіолетовий**. Таке розбиття на смуги є умовним і в різних джерелах можна знайти різні межі для кольорів. Але це не має дуже принципового значення для розуміння суті справи.

### 3.2. Біологія кольору

Відчуття кольору людиною відбувається на рівні біологічних властивостей ока. Світло, яке попадає в око, діє на два типи рецепторів: палички (cones) та колбочки (staves). У кожному оці людини міститься 100–120 млн **паличок** та 5–7 млн **колбочок**.

Колбочки розподіляються на три типи в залежності від того, до випромінювання якого спектрального складу вони найбільш чутливі, і позначаються грецькими буквами  $\beta$  (бета),  $\gamma$  (гамма) та  $\rho$  (ро). Перший тип ( $\beta$ ) має максимум чутливості до світлових хвиль від 380 до 500 нм (умовно «синя» складова спектра), другий ( $\gamma$ ) – до світлових хвиль від 500 до 600 нм (умовно «зелена» складова спектра) і третій ( $\rho$ ) – до світлових хвиль від 600 до 770 нм (умовно «червона» складова спектра). В залежності від того, світлові хвилі якої довжини та інтенсивності присутні у спектрі світла, ті чи інші групи колбочок збуджуються сильніше чи слабше.

Світлова чутливість паличок набагато вища чутливості колбочок, і тому у сутінках або вночі, коли інтенсивність світлового випромінювання, яке попадає в очі, стає дуже низькою, колбочки практично перестають працювати, і людина бачить тільки за рахунок паличок. Тому у цей час доби, а також в умовах низького освітлення людина перестає відрізняти кольори і світ стає перед нею у чорно-білих (сутінкових) тонах. Причому світлова чутливість людського ока настільки висока, що набагато перевищує можливості більшості існуючих систем реєстрації зображення. Воно здатне реагувати на потік світлового випромінювання порядку  $10^{-16}$  Вт/см кв. Якщо б ми захотіли використати цю енергію для підігріву води, то для того, щоб нагріти один кубічний сантиметр води на  $1^\circ$  (за Цельсієм), то на це пішло б 1 млн. років. Якби виразити чутливість людського ока в одиницях чутливості фотоплівки, то вона буде еквівалентна фотоплівці з чутливістю 15 млн одиниць ASA.



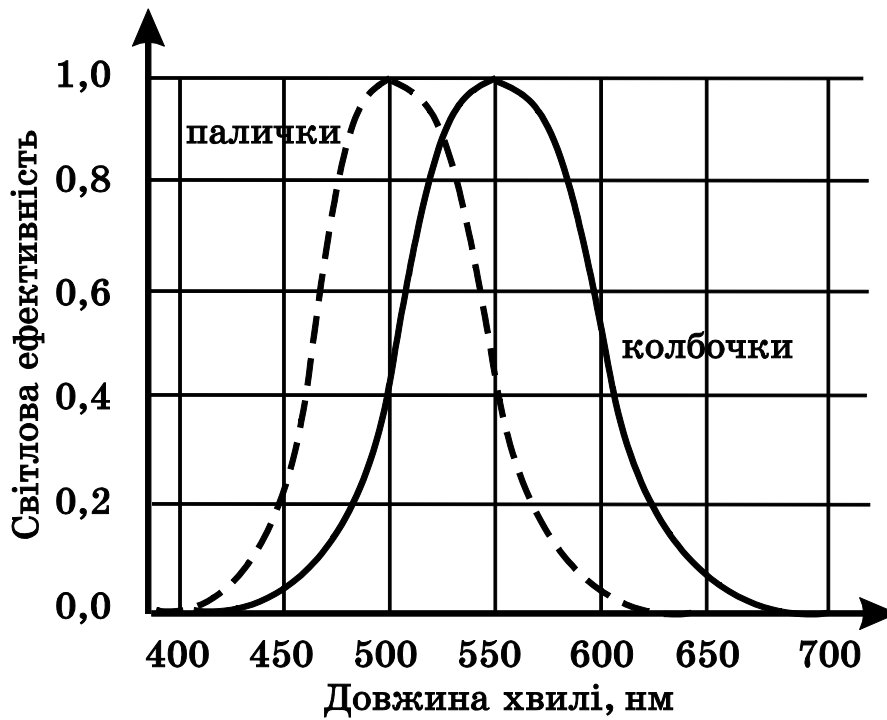


Рис. 2

Для характеристики загальної спектральної чутливості людського ока до потоку світлового випромінювання використовується відносна крива світлової ефективності, або так звана **крива видності** ока, яка визначає відповідно загальну чутливість людського ока до світла з урахуванням колірного (колбочки) або світлового (палички) зору (рис. 2).

Ці криві показують, що людина дуже добре сприймає зелені та зелено-жовті кольори, в той час як її чутливість до синіх кольорів значно нижча. Ситуація дещо змінюється у сутінках, коли чутливі до яскравого світлового випромінювання колбочки починають втрачати свою ефективність, і співвідношення між паличками та колбочками змінюється – максимум спектральної світлової ефективності зміщується у бік синіх випромінювань (паличковий зір).

### **3.3. Математика кольору**

Одними з основних законів колориметрії є закони змішування кольорів. Ці закони у найбільш повному вигляді були сформульовані у 1853 році німецьким математиком **Германом Грассманом**.

*1. Колір – тривимірний. Для його описування необхідні три компоненти. Будь-які чотири кольори знаходяться у лінійній залежності, хоча існує безліч лінійно незалежних сукупностей з трьох кольорів.*

Інакше кажучи, для будь-якого заданого кольору  $C$  можна записати таке колірне рівняння, яке виражає лінійну залежність кольорів:

$C = k_1 C_1 + k_2 C_2 + k_3 C_3$ , де  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  – деякі базисні, лінійно незалежні кольори, коефіцієнти  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  вказують кількість відповідного кольору. Лінійна незалежність кольорів  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  значить, що ні один із них не може бути виражений як комбінація двох інших кольорів.

*2. Якщо у суміші трьох колірних компонентів один змінюється неперервно, у той час коли два інших кольори залишаються сталими, колір суміші також змінюється неперервно.*

*3. Колір суміші залежить тільки від кольорів компонентів, які змішуються, і не залежить від їх спектральних складів.*

Зміст третього закону стає більш зрозумілим, якщо врахувати, що один і той же колір може бути отриманий різними способами, Наприклад, компонент, який змішується, може бути отриманий у свою чергу змішуванням інших компонентів.

## Контрольні запитання

1. Що називається довжиною хвилі?
2. Яке випромінювання називається монохроматичним?
3. Яким є діапазон довжин хвиль світла, що сприймає людський зір?
4. Які рецептори ока відповідають за сприйняття світла?
5. Сформулюйте закони Грассмана.

## 4. Колірні моделі

Поняття кольору у комп'ютерній графіці є основним. Як ми вже відзначали, колір є достатньо складним фізичним та психофізіологічним явищем. Для описування кольорів створено декілька кольірних моделей.

**Колірною моделлю** (або **колірним простором**) називається спосіб описування кольорів за допомогою спеціального математичного апарату.

Зазвичай у різних кольірних моделях кольори описуються за допомогою наборів чисел, які називаються **колірними компонентами** або **колірними координатами**.

Колірні моделі, які існують на сьогоднішній день, створені залежно від практичних потреб і діляться на три основні типи.

1. **Адитивні кольірні моделі** (до них належить модель **RGB**).
2. **Субтрактивні кольірні моделі** (до них зараховують моделі **CMY** та **CMYK**).
3. **Перцепційні кольірні моделі** (до них належать моделі **HSB**, **HSV**, **HSL**).

Кожна з вищеназваних моделей має як свої переваги, так і недоліки. З метою подолання недоліків цих моделей **Міжнародною комісією з освітлення (МКО**, французька назва

цієї організації *Commission Internationale de l'Eclairage – CIE*) було створено нову модель *Lab*, яка поєднує в собі кращі властивості вищеназваних моделей.

#### **4.1. Колірна модель RGB**

Адитивною моделлю є модель *RGB*. Ця модель використовується для описування кольорів, які можуть бути отримані за допомогою пристроїв, заснованих на принципі випромінювання. У цій моделі основними кольорами вибрані червоний (Red), зелений (Green) та синій (Blue). Інші кольори можуть бути отримані змішуванням певної кількості будь-якого з основних кольорів.

Найбільший внесок у розвиток моделі RGB зробили Томас Юнг (1773–1829) та Джеймс Максвелл (1831–1879).

Томас Юнг узяв три ліхтарі та прилаштував до них червоний, зелений і синій світлофільтри. Направивши на білий екран світло від цих ліхтарів, він отримав зображення у вигляді трьох кругів: червоного, зеленого та синього. У місцях їх перетину спостерігалось змішування кольорів. Жовтий колір давало змішування червоного та зеленого, блакитний – суміш зеленого та синього, пурпурний – синього та червоного, а білий колір утворювався змішуванням усіх трьох основних кольорів (рис. 3).

Згодом Джеймс Максвелл виготовив перший *колориметр*, за допомогою якого можна було порівнювати монохроматичний колір і колір, отриманий у результаті змішування у заданій пропорції компонентів RGB. Найпростіший колориметр має вигляд трикутної призми, виготовленої з гіпсу. На одну грань направлено монохроматичне випромінювання, на іншу – суміш кольорів. Регулюючи яскравість компонентів, які змішуються, можна досягти вирівнювання кольорів суміші та монохроматичного випромінювання. Цей процес зображено на рис. 4.

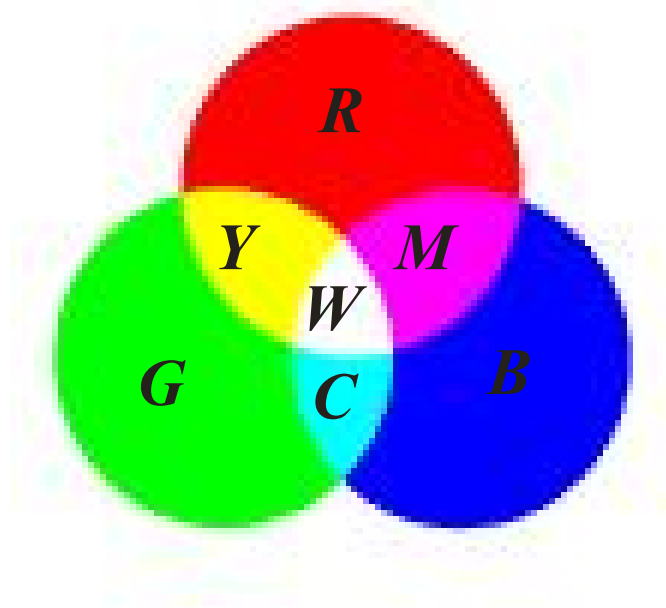


Рис. 3

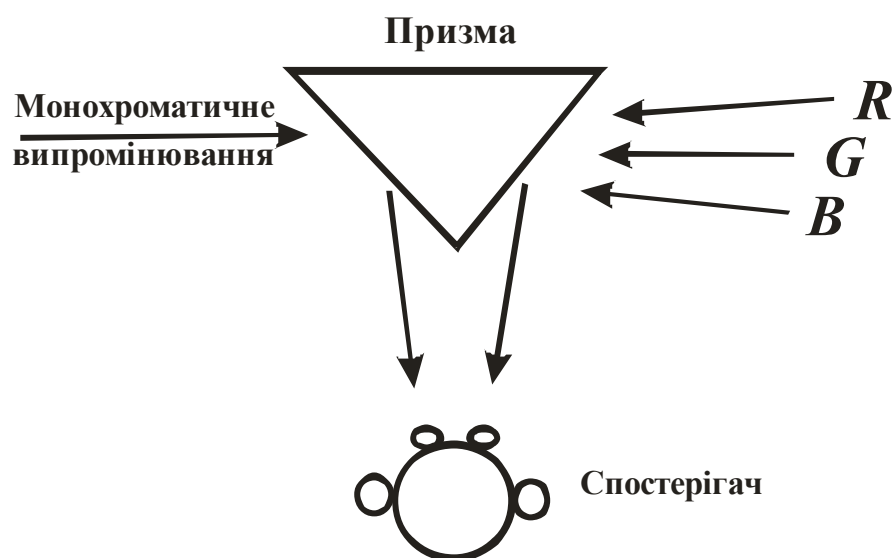


Рис. 4

Змішування кольорів описується рівнянням:  $C = rR + gG + bB$ , де  $r$ ,  $g$ ,  $b$  – кількість відповідних основних кольорів. Ця модель використовується для описування кольорів, які можуть бути отримані за допомогою пристроїв, заснованих на принципі випромінювання. За основні кольори вибрано червоний (Red), зелений (Green) та синій (Blue). Співвідношення коефіцієнтів  $r$ ,  $g$ ,  $b$  Максвелл наочно показав за допомогою трикутника, згодом названого його ім'ям. **Трикутник Максвелла** є рівностороннім трикутником, у вершинах якого

розташовані основні кольори –  $R$ ,  $G$ ,  $B$ . Із заданої точки, узятій всередині трикутника, проводяться перпендикуляри до сторін трикутника. Довжина кожного перпендикуляра показує відповідну величину коефіцієнта  $r$ ,  $g$ ,  $b$ . При цьому  $r+g+b=1$ . Однакові значення  $r = g = b$  досягаються для точки, яка лежить у центрі трикутника, і відповідають білому кольору (рис. 5).

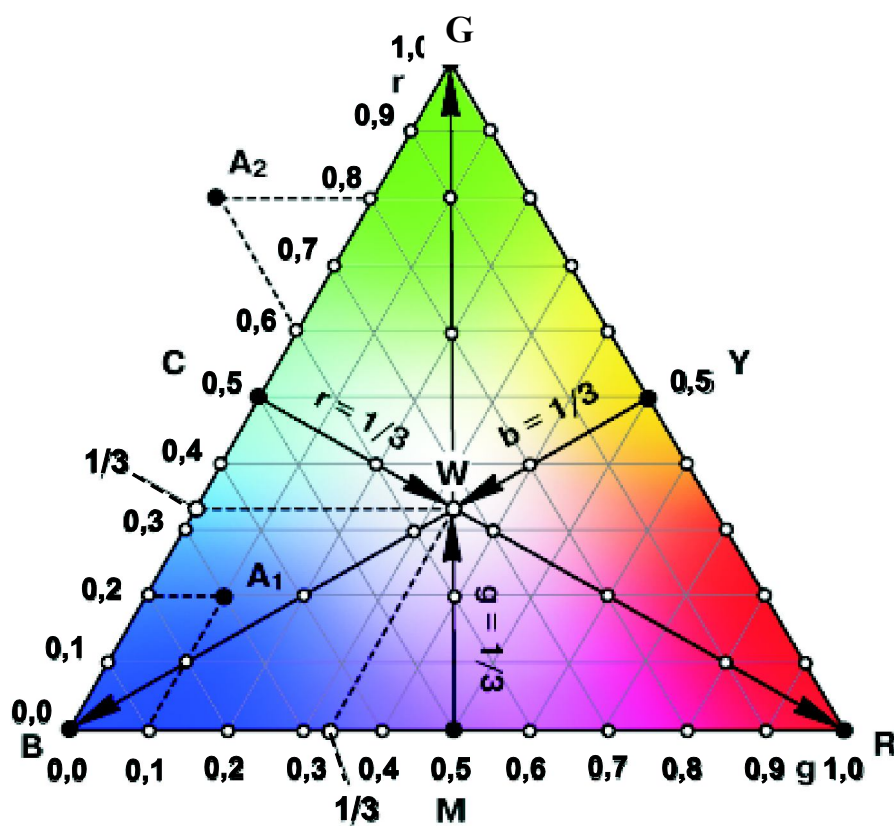


Рис. 5

За основні кольори Максвел брав випромінювання з такими довжинами хвиль: 630 нм – червоний, 528 нм – зелений, 457 нм – синій.

Колірний простір моделі RGB можна також змоделювати у вигляді куба (рис. 6).

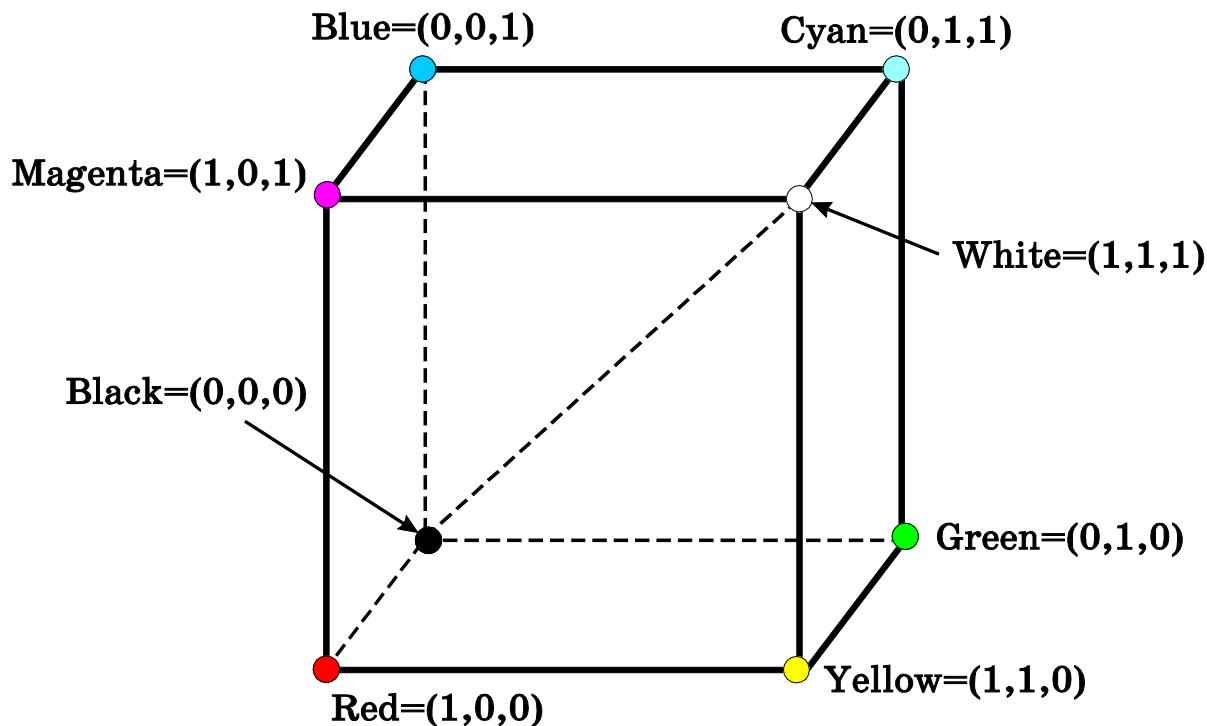
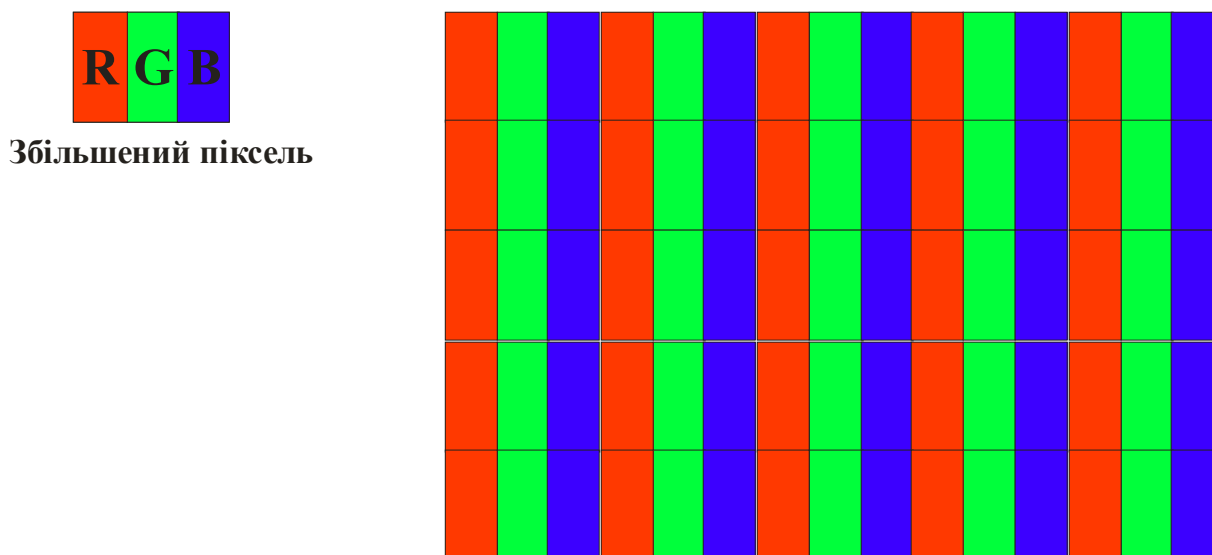


Рис. 6

У точках з координатами  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 1, 0)$  та  $(0, 0, 1)$  знаходяться кольори відповідно червоний (Red), зелений (Green) та синій (Blue). Головна діагональ куба, яка характеризується рівним вкладом трьох базових кольорів, представляє собою сірі кольори: від чорного з координатами  $(0, 0, 0)$  до білого – з координатами  $(1, 1, 1)$ . Будь-який колір представляє собою точку всередині куба з координатами  $(r', g', b')$  ( $0 \leq r', g', b' \leq 1$ ). Точки, які лежать на діагоналі куба, мають однакові значення координат у колірному просторі:  $r' = g' = b'$ . Це градації сірого кольору, які можна вважати білим кольором різної яскравості. Отже, якщо усі компоненти вектора  $(r', g', b')$  помножити на однаковий коефіцієнт  $0 \leq k \leq 1$ , то колір  $(kr', kg', kb')$  зберігається, змінюється тільки його яскравість. Якщо розглянути коефіцієнти  $r = \frac{r'}{r' + g' + b'}$ ,  $g = \frac{g'}{r' + g' + b'}$  та  $b = \frac{b'}{r' + g' + b'}$ , то ми перейдемо до колірної рівняння  $C = r R + g G + b B$ , яке описує трикутник Максвелла.

За допомогою свого колориметра Максвелл встановив, що ніякий колір монохроматичного випромінювання, окрім базових  $R$ ,  $G$  та  $B$ , не може бути представлений колірним рівнянням  $C = r R + g G + b B$ , у якого усі коефіцієнти додатні. Але як отримати від'ємні коефіцієнти? Для вирівнювання кольору Максвелл додавав до монохроматичного випромінювання один із компонентів  $R$ ,  $G$  або  $B$ . Наприклад, якщо монохроматичне випромінювання для деякого значення  $\lambda$  розчинялося червоним кольором, то це можна записати таким рівнянням:  $C(\lambda) + r(\lambda) = g(\lambda)G + b(\lambda)B$ .

Модель RGB використовується під час виготовлення сучасних кольорових моніторів. Монітор складається з найдрібніших елементів – пікселів. У свою чергу кожен з пікселів складається з трьох типів люмінофорів, які випромінюють відповідно червоний, зелений та синій кольори. Якщо розглядати білий екран увімкненого монітора через лупу, то можна побачити, що він складається з множини дрібних окремих точок червоного, зеленого та синього кольорів, які об'єднані у RGB-елементи у вигляді трійок основних точок (рис. 7).



Збільшений фрагмент екрану

Рис. 7



Колір кожного з пікселів (RGB-елементів зображення) виходить у результаті змішування червоного, зеленого та синього кольорів люмінофорних точок, які випромінюють кожний із своїх кольорів з відповідною інтенсивністю. При розгляді зображення на екрані з деякої відстані ці колірні складові RGB-елементів зливаються, утворюючи результуючий колір.

#### **4.2. Моделі CIE XYZ та Lab**

Усі кольори, які були отримані Максвеллом шляхом змішування трьох основних кольорів із додатними коефіцієнтами, розташовуються усередині трикутника. Таким чином, колірний трикутник показує нам ті кольори, які можуть бути отримані шляхом змішування один з одним трьох вибраних основних кольорів, проте не показує нам всіх кольорів, які можуть бути видні людському оку. Це саме і є ті кольори, які в дослідях зі зрівнювання кольорів привели до появи від'ємних коефіцієнтів у кривих складання. Якщо нанести їх на графік, то вийде фігура, що нагадує своєю формою підкову (рис. 8).

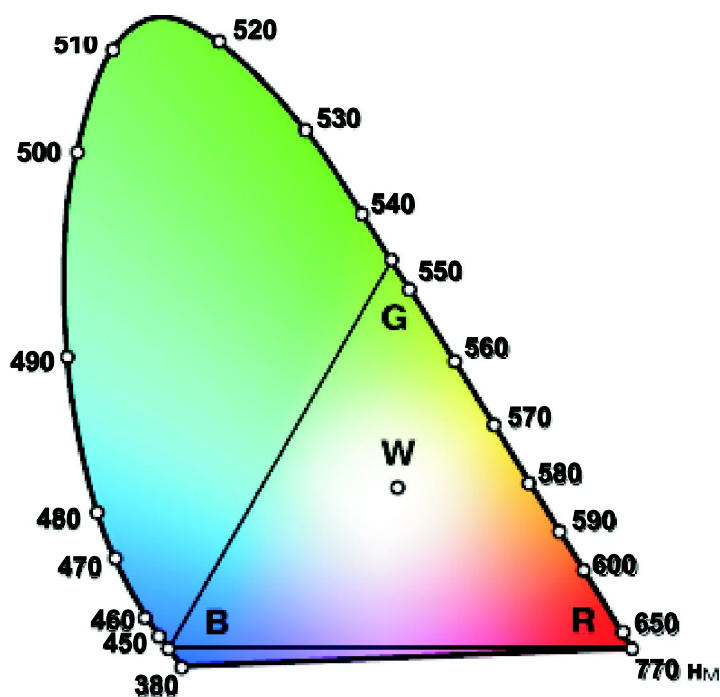


Рис. 8

Максвелл здійснив свій експеримент у середині 19 століття. Після нього багато вчених повторювали досліди зі знаходження кривих складання, використовуючи для цього різні набори основних кольорів і апаратуру. Проте в усіх випадках зрівняти всі чисті спектральні кольори за допомогою суми трьох кольорів виявлялося неможливим, і деяким з них доводилося надавати негативні значення.

Найуспішнішим у своїх експериментах був Райт (Wright W. D.). Як основні кольори він використовував синій, зелений і червоний з довжинами хвиль 700 нм, 546.1 нм і 435.8 нм і проводив свої досліди на більш досконалому обладнанні з використанням великої кількості спостерігачів. Це дозволило йому не тільки здійснити всі необхідні вимірювання більш точно, але й інтерпретувати отримані ним дані як якісь середні значення, що апроксимують середньостатистичного колірного спостерігача (Райт використовував групу з десяти спостерігачів, яку пізніше для уточнення даних доповнив ще 35 спостерігачами).

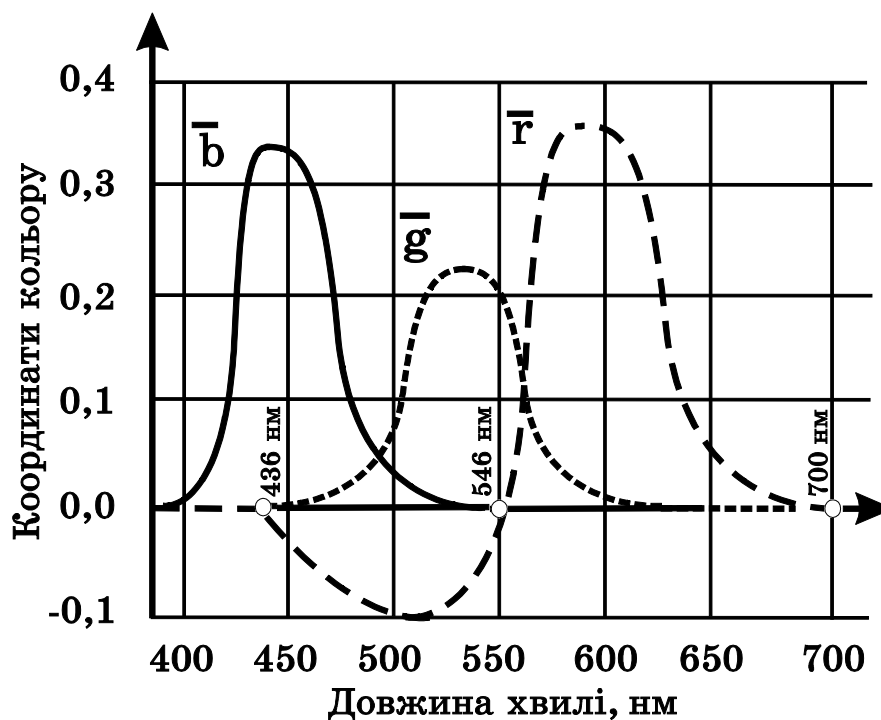


Рис. 9

Практично одночасно з Райтом ці досліді повторив Гілд (Guild J.). Гілд і Райт використовували у своїх експериментах колориметр, побудований на принципах, які використовував Максвелл.

На підставі результатів експериментів, отриманих Гілдом та Райтом, було побудовано криві додавання кольорів для так званого стандартного колориметричного спостерігача. Ці криві позначаються як  $j(\lambda)$ ,  $S(\lambda)$  і  $s(\lambda)$  і мають вигляд, даний на рис. 9.

Наприклад, щоб отримати колір із довжиною хвилі  $\lambda = 500$  нм, необхідно змішати випромінювання червоного, зеленого та синього кольорів з довжинами хвиль  $\mathbf{R} = 700$  нм,  $\mathbf{G} = 546.1$  нм та  $\mathbf{B} = 435.8$  нм у співвідношенні  $r = -0.07173$ ,  $g = 0.08536$  і  $b = 0.04776$ , тобто:  $C(\lambda_{500}) = -0.07173 \cdot \mathbf{R} + 0.08536 \cdot \mathbf{G} + 0.04776 \cdot \mathbf{B}$ .

У результаті дослідів було доведено, що криві додавання, які були знайдені Гілдом та Райтом, також як і криві, отримані Максвеллом, мають від'ємні ділянки і для більшості кольорів спектру, за виключенням трьох основних кольорів ( $\mathbf{R} = 700$  нм,  $\mathbf{G} = 546.1$  нм і  $\mathbf{B} = 435.8$  нм), перетинаються.

Для того, щоб уникнути від'ємних значень кривих додавання, до них були застосовані лінійні перетворення, в результаті яких було отримано нові криві додавання, які позначаються як  $\bar{x}(\lambda)$ ,  $\bar{y}(\lambda)$ ,  $\bar{z}(\lambda)$ . Ці криві відомі, як криві додавання кольорів для стандартного колориметричного спостерігача МКО 1931 р.

Вони були знайдені шляхом перенесення системи колірних координат, заснованої на використанні трьох основних кольорів  $\mathbf{R} = 700$  нм,  $\mathbf{G} = 546.1$  нм і  $\mathbf{B} = 435.8$  нм, у систему координат, засновану на використанні трьох уявних (які фізично не існують) кольорів  $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{Y}$  і  $\mathbf{Z}$  (рис. 10). Ці кольори є тільки фізичною абстракцією і виконують допоміжну математичну роль.

Функції додавання кольорів  $\bar{x}(\lambda)$ ,  $\bar{y}(\lambda)$ ,  $\bar{z}(\lambda)$  є математичною модифікацією функцій  $\bar{r}(\lambda)$ ,  $\bar{g}(\lambda)$ ,  $\bar{b}(\lambda)$ , які було побудовано

Райтом та Гілдом (рис. 9). Графіки функцій  $\bar{x}(\lambda)$ ,  $\bar{y}(\lambda)$ ,  $\bar{z}(\lambda)$  дано на рис. 11.

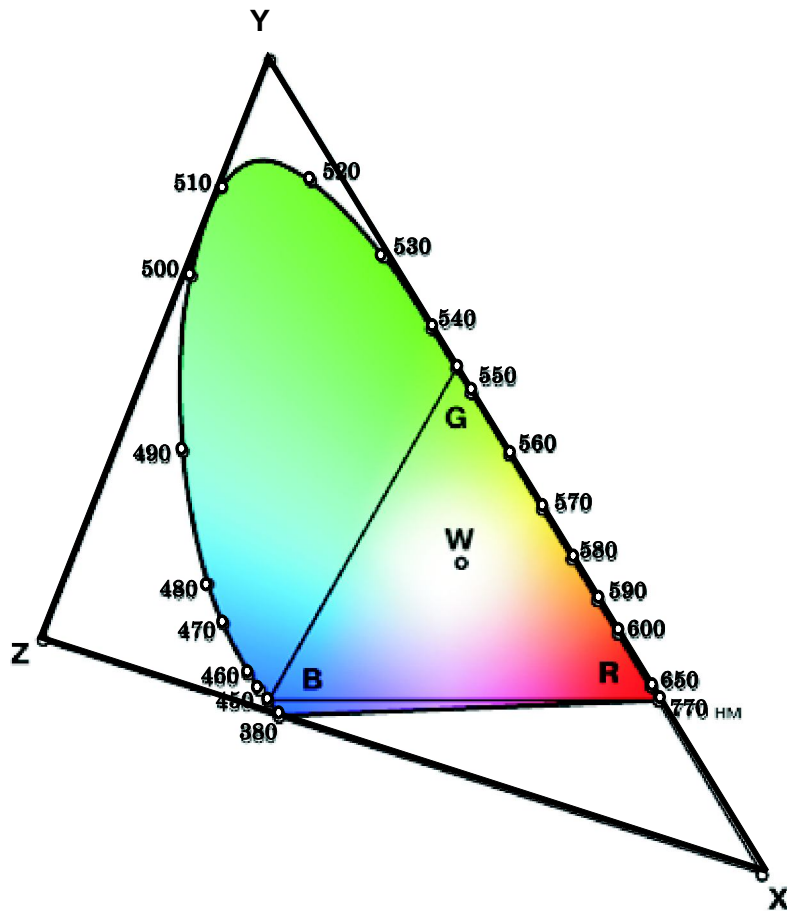


Рис. 10

Якщо світловий потік записати у вигляді  $I(\lambda)$ , то за допомогою функцій  $\bar{x}(\lambda)$ ,  $\bar{y}(\lambda)$ ,  $\bar{z}(\lambda)$  знаходимо числа  $X = \int I(\lambda)\bar{x}(\lambda)d\lambda$ ,  $Y = \int I(\lambda)\bar{y}(\lambda)d\lambda$ ,  $Z = \int I(\lambda)\bar{z}(\lambda)d\lambda$ . Цими числами будь-який колір, що сприймається оком, можна охарактеризувати однозначно. Можна відзначити, що крива  $\bar{y}(\lambda)$  нагадує криву чутливості (криву видності) ока (рис. 2). Величина  $Y$  виражає інтенсивність з урахуванням спектральної чутливості ока і називається люмінантністю (CIE luminance). З

метою описування кольору введено так звані хроматичні

координати:  $x = \frac{X}{X + Y + Z}$ ,  $y = \frac{Y}{X + Y + Z}$ .

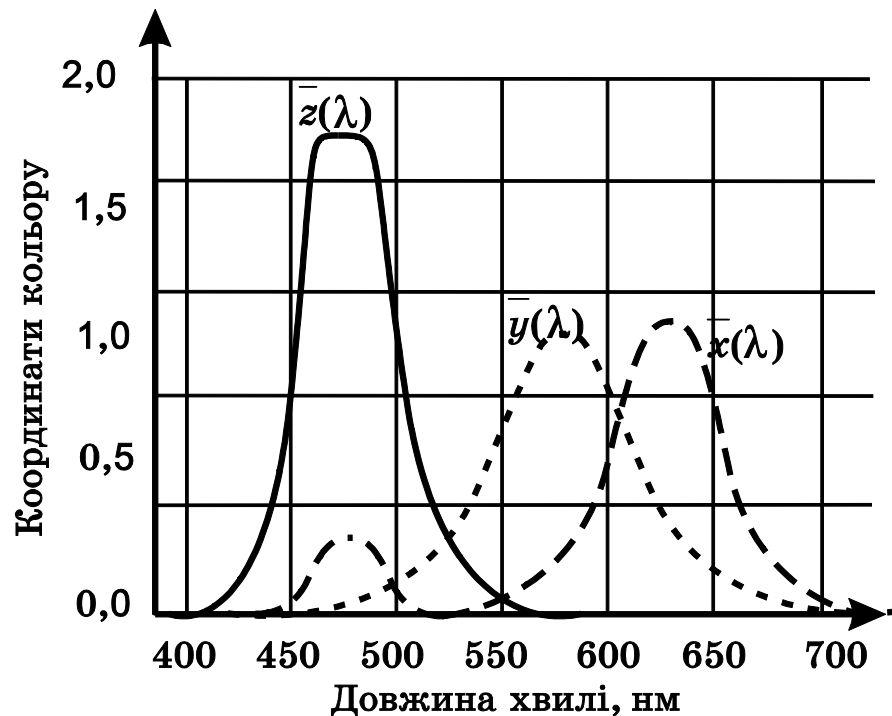


Рис. 11

Будь-який колір, що сприймається оком, можна охарактеризувати трійкою чисел  $(x, y, Y)$ . За цією трійкою чисел  $X, Y, Z$  можна поновити однозначно. Трійка чисел  $X, Y, Z$  називається **колірною моделлю CIE XYZ**.

Перехід від системи CIE XYZ до системи RGB можна записати у матричному вигляді:

$$\begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3,240479 & -1,537156 & -0,498535 \\ -0,969256 & 1,875992 & 0,041556 \\ 0,055648 & -0,204043 & 1,057311 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}.$$

При зміні довжини хвилі  $\lambda$  вздовж діапазону, який сприймається оком, точка  $(x, y)$  описує криву на площині змінних  $x$  і  $y$  (рис. 12).

Якщо кінці цієї кривої з'єднати відрізком, то всередині отриманої області будуть знаходитись усі кольори, які бачить око. При цьому сам побудований відрізок буде відповідати пурпурним кольорам, які не є спектральними (вони є сумішами червоного та синього кольорів).

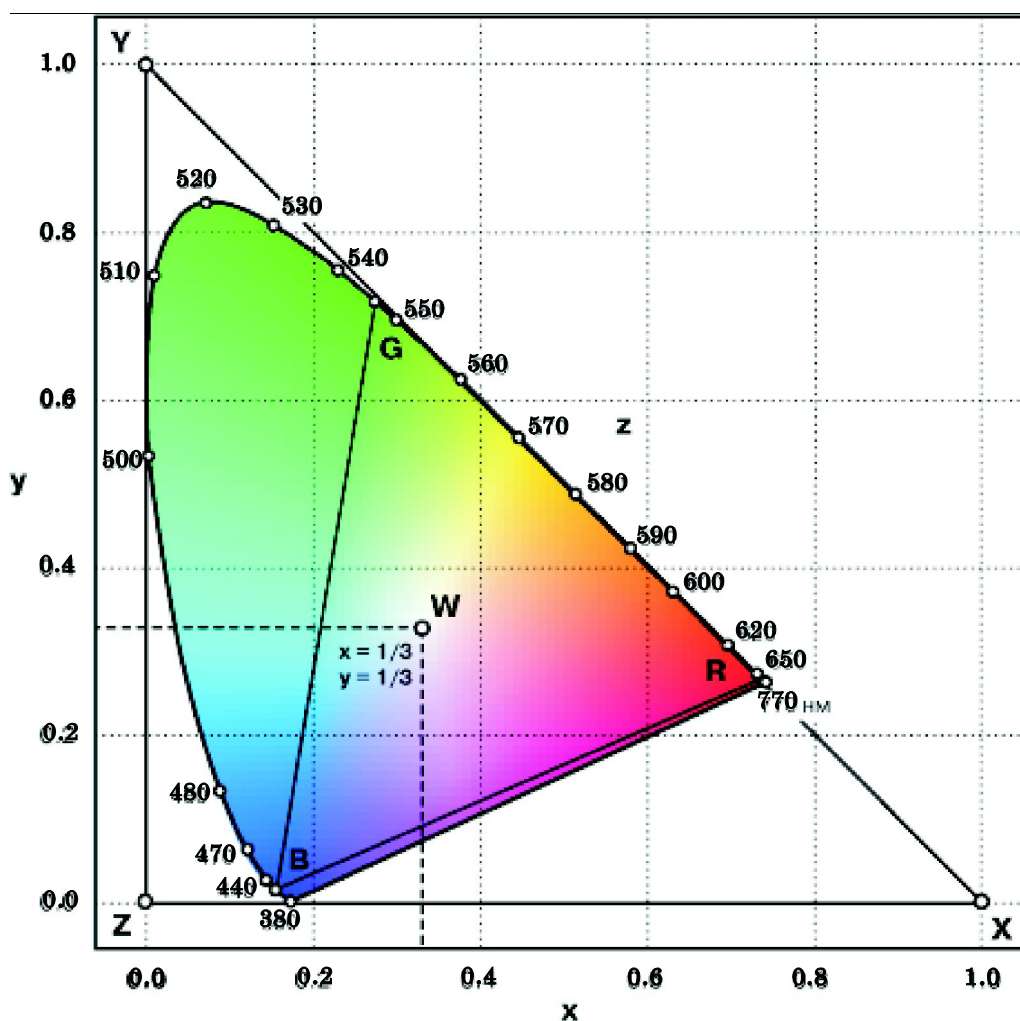


Рис. 12

Якщо розглянути графік МКО, то на ньому можна виділити області положення різних кольорів. Координати  $x = \frac{1}{3}$ ,

$y = \frac{1}{3}$  відповідають положенню на графіці білого кольору. Еліпс, побудований з центром у цій точці, окреслює на графіці положення білих кольорів. Саме в межах цього еліпса знаходяться білі кольори для різних випромінювачів білого кольору. На лініях, які з'єднують точки еліпса та чисті спектральні кольори у діапазоні від 380 до 470 нм, лежить область синіх кольорів, 470–510 нм – блакитних, 510–570 нм – зелених, 570–610 нм – жовтих, 610–650 нм – оранжевих (жовтогарячих), 650–700 нм – червоних кольорів. Між точками 380 нм та 700 нм, які відповідають положенню чистих синього та червоного спектральних кольорів, знаходяться пурпурні кольори, про що вже було сказано вище.

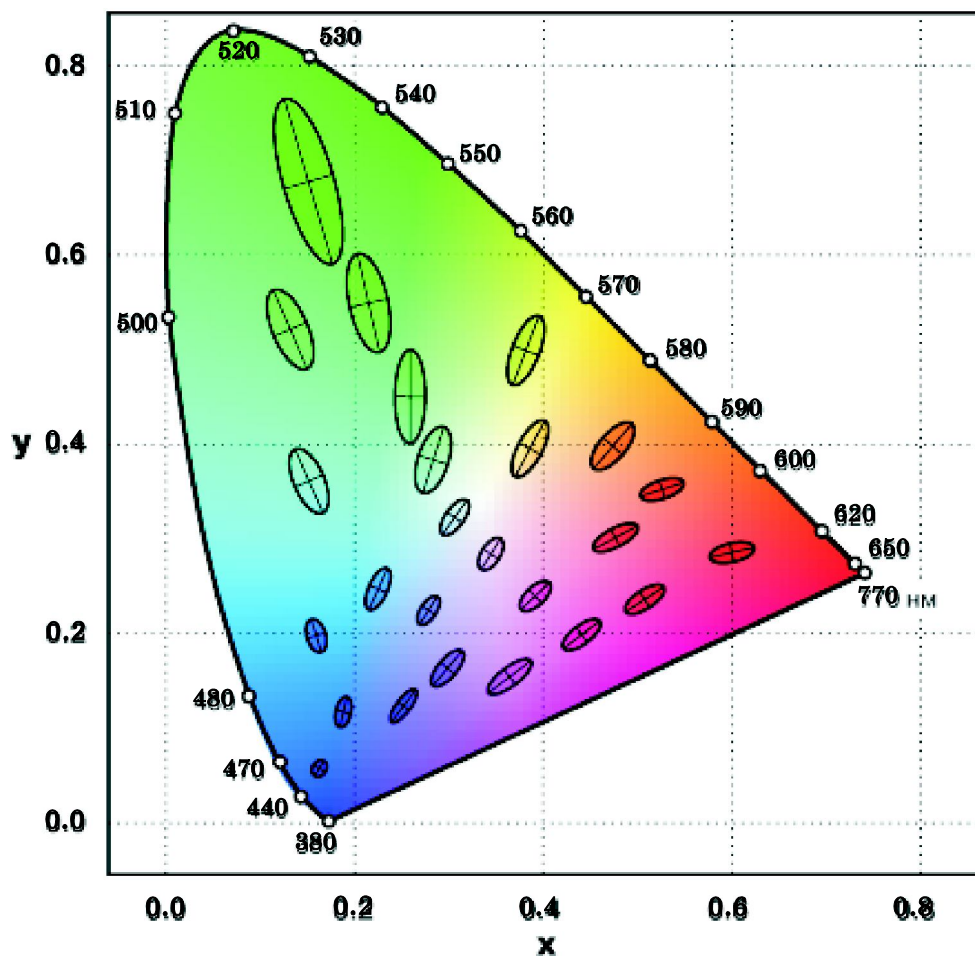


Рис. 13

Одним із суттєвих недоліків кольорного простору XYZ МКО є та обставина, що однаковим змінам чисельних координат кольору не відповідають рівнозначні зміни кольірних відчуттів. Іншими словами, різниця між двома сусідніми кольорами, які знаходяться в одній області графіка, буде не такою відчутною, як різниця між двома сусідніми кольорами, які знаходяться в іншій області графіка.

Мак Адам, Стайлз, Браун, Вишецьки, Фідлер провели дослід з метою з'ясування меж, для яких можна відрізнати один колір від іншого. Вони отримали дані, які показують, що для середнього спостерігача межі, де кольори сприймаються як однакові на графіці  $xy$  МКО, мають форму еліпсів. Ці еліпси мають різний розмір і нахил своїх осей. Їх названо еліпсами Мак Адама (рис. 13). На рис. 13 добре видно, що область зелених кольорів на графіці  $xy$  МКО більш сильно витягнута у порівнянні з областями синіх та фіолетових кольорів.

У результаті багаторічної роботи МКО у 1974 році було розроблено рівноконтрастні кольірні графіки  $L^*u^*v^*$  та  $L^*a^*b^*$ . Графік  $L^*u^*v^*$  було отримано з графіка  $xy$  МКО проективним перетворенням, а графік  $L^*a^*b^*$  – криволінійним.

Позначимо через  $(X_0, Y_0, Z_0)$  координати білого кольору у системі CIE XYZ. Уведемо наступні величини:

$$u' = \frac{4X}{X + 15Y + 3Z}, \quad v' = \frac{9Y}{X + 15Y + 3Z}, \quad u'_0 = \frac{4X_0}{X_0 + 15Y_0 + 3Z_0},$$

$$v'_0 = \frac{9Y_0}{X_0 + 15Y_0 + 3Z_0}.$$

Рівноконтрастний кольірний простір  $L^*u^*v^*$  визначається величинами

$$L^* = 25 \left( \frac{100Y}{Y_0} \right)^{\frac{1}{3}} - 16, \quad u^* = 13L^*(u' - u'_0), \quad v^* = 13L^*(v' - v'_0), \quad \text{а}$$

рівноконтрастний кольірний простір  $L^*a^*b^*$  – величинами



$$L^* = 116 \left( \frac{Y}{Y_0} \right)^{\frac{1}{3}} - 16, \quad a^* = 500 \left( \left( \frac{X}{X_0} \right)^{\frac{1}{3}} - \left( \frac{Y}{Y_0} \right)^{\frac{1}{3}} \right),$$

$$b^* = 200 \left( \left( \frac{Y}{Y_0} \right)^{\frac{1}{3}} - \left( \frac{Z}{Z_0} \right)^{\frac{1}{3}} \right).$$

У даних моделях величина  $L^*$  відповідає за інтенсивність випромінювання. Вона змінюється у межах від 0 до 100. При цьому зміна інтенсивності на величину  $\Delta L^* = 1$  вважається границею чутливості ока.

Перевагою колірної моделі  $L^*a^*b^*$  МКО (CIE Lab) є те, що вона не тільки ефективно вирішила проблему розробки рівноконтрастного колірного простору, але й фактично моделює процес представлення кольору апаратом людського зору. Модель  $L^*a^*b^*$  МКО широко використовується у колориметрії та промисловості.

Модель CIE  $L^*a^*b^*$  зручна для регулювання контрасту, тонових характеристик зображення. У цій моделі яскравість відокремлена від кольору. У ній  $L^*$  – Lightness (яскравість),  $a^*$  – канал кольорів від червоного до зеленого,  $b^*$  – канал кольорів від синього до жовтого. Модель  $L^*a^*b^*$  охоплює інші колірні моделі.

Суть керування кольором у моделі  $L^*a^*b^*$  полягає у наступному: для кожного пристрою, який бере участь у процесі, створюється профіль, який описує його колірне охоплення. Зображення обробляється пристроєм вводу (сканером) і переводиться у колірну модель  $L^*a^*b^*$ . При цьому програма робить поправки на особливості колірного охоплення сканера (враховує його профіль). Таким чином отримуються стандартні кольори зображення. Потім зображення передається пристрою виводу (монітору чи принтеру). При виводі воно знову переводиться у колірну модель пристрою виводу таким чином,

щоб з урахуванням профілю пристрою отримати результат, найближчий до ідеального, який зберігається в **L\*a\*b\***.

### **4.3. Моделі CMY та CMYK**

На відміну від екрана монітора відтворення кольорів якого засноване на випромінюванні світла, друкована сторінка може тільки відбивати світло. Тому у друкарській справі модель RGB не застосовується. Замість неї для описування друкарських кольорів використовується модель CMY, яка базується на субтрактивних кольорах. Субтрактивні кольори на відміну від адитивних (наприклад, моделі RGB) отримуються відніманням вторинних кольорів із загального променя світла. Останнім часом синонімом до терміну «субтрактивна модель» є термін «виключна модель». Назва моделі CMY є аббревіатурою трьох її базових кольорів: блакитного (Cyan), пурпурного (Magenta) та жовтого (Yellow).

Для того, щоб з'ясувати деталі використання моделі CMY, розгляньмо співвідношення, які пов'язують адитивні (червоний, зелений, синій) та субтрактивні (блакитний, жовтий, пурпурний) кольори:

Зелений + Синій = Блакитний;

Зелений + Червоний = Жовтий;

Червоний + Синій = Пурпурний;

Зелений + Синій + Червоний = Білий;

Блакитний + Жовтий + Пурпурний = Чорний.

Що ж відбувається, коли на білий папір із нанесеною на нього фарбою падає білий колір? Наприклад, якщо ми пофарбуємо білий папір червоною фарбою, то при цьому буде відбиватися червоний колір, а зелений та синій будуть вилучені з білого кольору (який є сумішшю червоного, зеленого та

синього). Якщо фарба блакитна (синьо-жовта), то вона поглинає зі спектру червоний колір та відбиває блакитний. Відповідно, пурпурна фарба поглинає додатковий до неї зелений колір, а жовтий – синій колір. Якщо під час друкування накласти один на другий пурпурний та жовтий кольори, то отримаємо червоний, оскільки пурпурний фарбник вилучить зелену, а жовтий – синю складову світла, яке падає на папір. Якщо під час друкування накласти один на другий усі три субтрактивні кольори, то результуючим кольором буде чорний.

Якщо розглянути колірний простір у вигляді куба (рис. 6), то жовтий колір (Yellow) має координати (1, 1, 0) як суміш червоного та зеленого кольорів. Блакитний (Cyan) має координати (0, 1, 1) як суміш зеленого та синього, а пурпурний (Magenta) – координати (1, 0, 1) як суміш червоного та синього.

З іншого боку, якщо поглянути на шестикутник (Рис. 14), то блакитний колір доповнює червоний до білого, пурпурний доповнює зелений, а жовтий доповнює синій теж до білого.

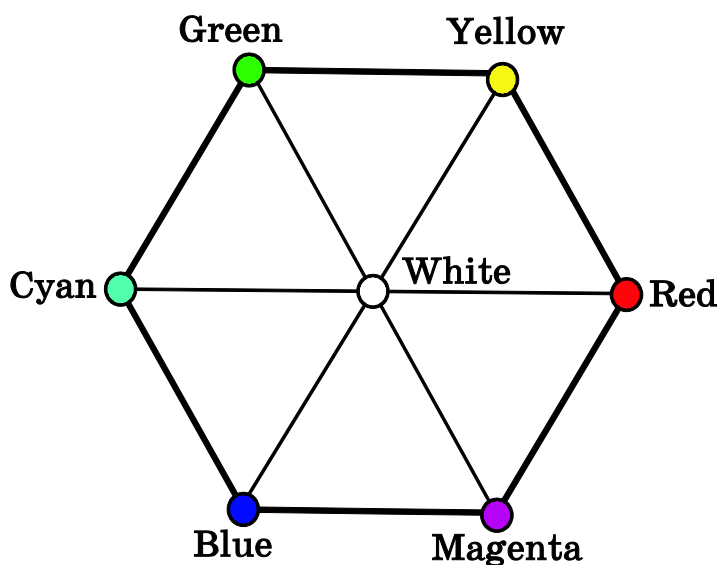


Рис. 14

Таким чином, ці співвідношення можна представити у вигляді наступної формули:

$$\begin{pmatrix} C \\ M \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix}. \quad \text{Обернене перетворення здійснюється за}$$

формулою:

$$\begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} C \\ M \\ Y \end{pmatrix}.$$

Отже, можна сформулювати правило корекції кольорів під час кольорового друкування: якщо зображення має залишок синього кольору, то слід збільшити жовту складову, оскільки жовтий колір поглинає сині складові. Залишок зеленого кольору можна скорегувати збільшенням пурпурної складової, а залишок червоного – збільшенням блакитної складової.

Існує дві найбільш поширені версії субтрактивної моделі: **СМУ** та **СМУК**. В основі першої моделі лежить використання трьох субтрактивних кольорів: блакитного (Cyan), пурпурного (Magenta) та жовтого (Yellow). Теоретично, під час змішування цих кольорів на білому папері у рівній пропорції ми отримаємо чорний колір. Однак у реальному технологічному процесі отримання чорного кольору шляхом змішування трьох основних кольорів неефективне з наступних причин.

- Неможливо зробити ідеально чисті пурпурні, сині та жовті фарби. Тому колір під час змішування буде не чисто чорним, а брудно-коричневим.

- На створення чорного кольору за допомогою моделі СМУ витрачається втричі більше кольорової фарби.

- Будь-які кольорові фарби дорожчі звичайних чорних.

Виходячи з названих причин, під час друкування чорного кольору використовується додаткова чорна компонента. В аббревіатурі моделі СМУК використовується літера К (остання літера англійської назви чорного кольору – Black) для того, щоб уникнути плутанини, оскільки в англійській мові з літери «В» починається не тільки слово Black (чорний), але й слово Blue

(синій). Зустрічається ще один варіант трактування використання цієї літери як аббревіатури терміна Key color (ключовий колір).

#### ***4.4. Перцепційні колірні моделі***

Колірні моделі RGB та CMYK є апаратно залежними. Це значить, що колір, який ними створюється, визначається не тільки складовими моделі, але й залежить від характеристик пристрою виводу. Для позбавлення від апаратної залежності було розроблено так звані **перцепційні** (інтуїтивні) колірні моделі. В їх основу було покладено окреме визначення яскравості та колірності. Такий підхід забезпечує кілька переваг перед адитивними та субтрактивними моделями:

- дозволяє розглядати колір на інтуїтивно зрозумілому рівні;
- значно спрощує проблему узгодження кольорів, оскільки після установки значення яскравості можна зайнятися налаштуванням кольору.

До перцепційних колірних моделей належать моделі **HSV**, **HSB**, **HSL**, **HSI**, **YUV**. Загальним для них є те, що колір задається не у вигляді суміші трьох основних кольорів: червоного, зеленого та синього, – а визначається шляхом задання двох компонентів: **колірності** (**колірного тону** та **насиченості**) та **яскравості**.

#### **Колірна модель HSB**

Модель **HSB** (**Hue** – *колірний тон*, **Saturation** – *насиченість*, **Brightness** – *яскравість*) та її найближчий аналог **HSL** (**Hue** – *колірний тон*, **Saturation** – *насиченість*, **Lightness** – *світлість*) представлені у більшості сучасних графічних пакетів. З усіх сучасних колірних моделей ця модель найбільш точно відповідає сприйняттю кольорів людським оком. Вона дозволяє описувати кольори інтуїтивно зрозумілим способом. У HSB-моделі усі

кольори визначаються за допомогою комбінації трьох базових параметрів:

- колірний тон (**H**);
- насиченість (**S**);
- яскравість (**B**).

Для кращого розуміння природи HSB-моделі розгляньмо фізичний зміст її основних компонентів.

#### *Колірний тон (Hue)*

Як вже відзначалося раніше, кожне реальне джерело світла відтворює його у вигляді суміші хвиль, які мають різні довжини. **Колірним тоном** (hue) вважається колір із домінуючою довжиною хвилі.

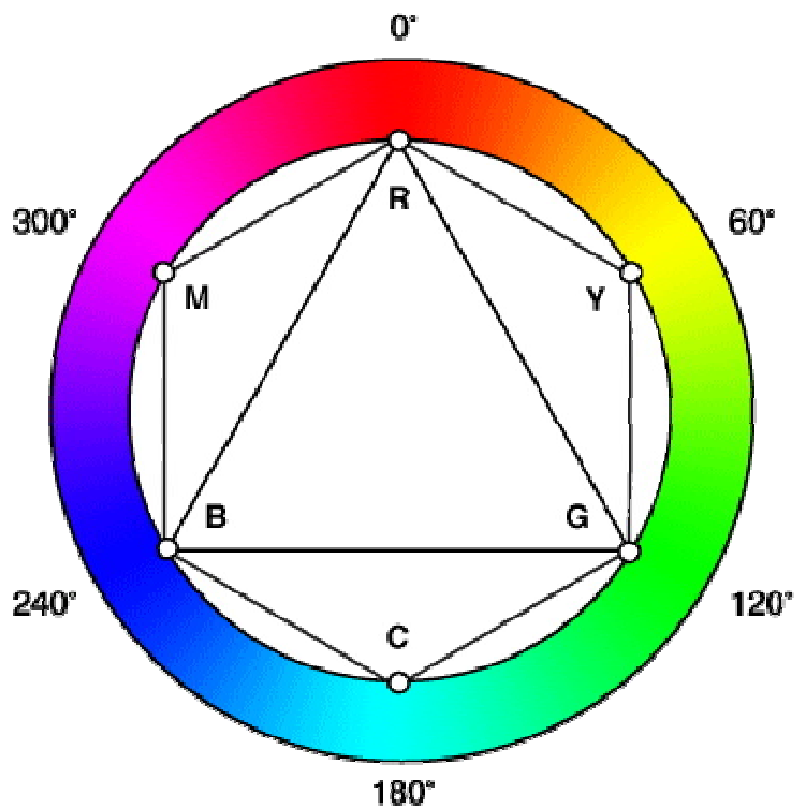


Рис. 15

Для опису колірнього тону використовується назва кольору. Наприклад, червоний, синій, жовтогарячий. У традиційній інтерпретації цієї моделі кожний колірний тон займає певне положення на периферії **колірного круга** та характеризується величиною кута у діапазоні від  $0^0$  до  $360^0$ . Зазвичай для червоного кольору береться кут  $0^0$ , для зеленого –  $120^0$ , для синього –  $240^0$  (рис. 15).

На колірному крузі первинні кольори розташовані на рівних відстанях один від одного. Вторинні кольори знаходяться між первинними. У свою чергу кожний колір розташований напроти кольору, який його доповнює (компліментарного кольору), причому він знаходиться між кольорами, за допомогою яких він отриманий. Наприклад, змішування жовтого та блакитного дає зелений колір. Хоча жовтогарячий та фіолетовий кольори не є первинними або вторинними (вони є комбінаціями первинних та вторинних кольорів), вони показані на круговій діаграмі кольорів, щоб проілюструвати їх положення відносно інших кольорів.

Однак саме поняття колірнього тону не містить усієї повноти інформації про колір. Наприклад, колір, у якому переважає компонента з довжиною хвилі близько 450 нанометрів, буде сприйматися більшістю людей з нормальним зором як відтінок, який зазвичай асоціюється з синім кольором (йому відповідає на колірному крузі кут  $240^0$ ).

Залишається питання про те, що називається синім кольором? Темно-синє небо, лазурне море, волошка – це приклади кольорів, у яких переважає синій колір. Але, незважаючи на це, вони сприймаються нашим зором як різні кольори. Що обумовлює їх різницю? Як багато чи, навпаки, як мало містять вони у своєму складі інших компонентів, які наше око інтерпретує як складові частини кольору? Цими додатковими компонентами є насиченість (saturation) та яскравість (brightness).

## *Насиченість (Saturation)*

Другий компонент кольору – **насиченість** – характеризує чистоту кольору. Цей компонент визначає співвідношення між основною, домінуючою компонентою кольору і кількістю сірого кольору (тобто, суміші решти кольорів), які беруть участь у формуванні кольору. Кількісне значення цього компонента дається у відсотках від 0 % (сірий) до 100 % (повністю насичений).

За іншим визначенням, насиченість показує, наскільки далеко знаходиться даний колір від рівного з ним за яскравістю білого кольору. У цьому випадку насиченість можна вимірювати кількістю ледь помітних градацій, які лежать між даним кольором та білим. Чим вище значення насиченості, тим сильніше відчувається колірний тон. Наприклад, пастельний синій колір сприймається як розмитий синій колір, тому що в ньому міститься незначна кількість чистого відтінку. Зниження насиченості приводить до того, що колір стає нейтральним, без чітко вираженого тону. Якщо узяти кольорову фотографію та знизити насиченість до 0 %, то у підсумку отримаємо чорно-білу фотографію у градаціях сірого кольору.

Спектральні кольори є прикладами кольорів з максимальною насиченістю. Зокрема жовтий колір, який відповідає довжині хвилі 536 нм. Але в той же час жовтий колір, який отримано шляхом адитивного додавання червоного та зеленого кольорів, характеризується нижчою насиченістю. Зовсім низьку насиченість має жовтий колір сонячного диску, який містить майже повний спектр усіх кольорів, які сприймаються зором.

Прикладами повністю нейтральних (ахроматичних) кольорів є усі градації сірого кольору – від чорного до білого. При пересуванні до центра колірного круга колір наближається до сірого, оскільки при цьому всі базові кольори змішуються у рівній пропорції. Природні кольори мають низьку насиченість, тому дуже насичені кольори є дуже підкресленими і мають неприродний вигляд.



Пересування упоперек колірного круга на відміну від руху уздовж кола призводить до зменшення долі чистого кольору, від якого ми віддаляємось, і зростання долі кольору, до якого наближаємось. У підсумку це призводить до зниження насиченості, яка має максимальне значення (100 %) на колові і мінімальне (0 %) у центрі круга (рис. 16).

### *Яскравість (Brightness)*

**Яскравість** характеризується інтенсивністю, з якою енергія світла діє на рецептори нашого ока. Її можна інтерпретувати також як відносну освітленість або затемнення кольору (*світлість* кольору). Будь-які кольори та відтінки незалежно від їх колірного тону можна порівнювати за яскравістю, тобто визначити, який з них темніший, а який світліший.

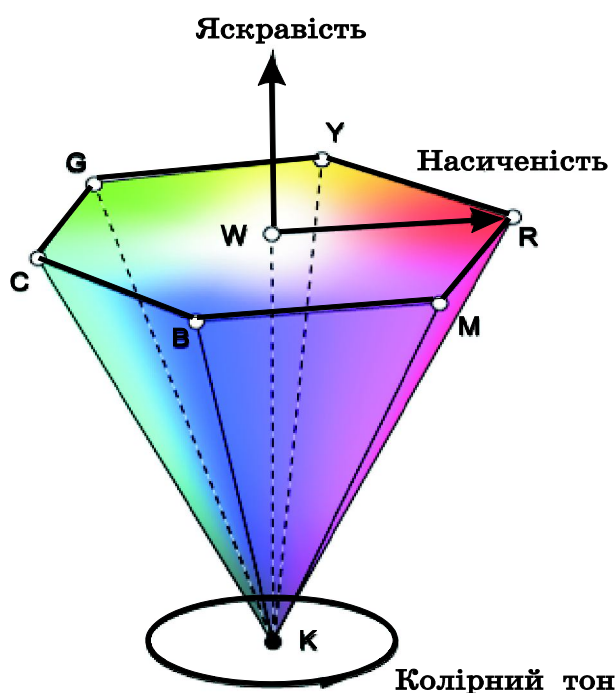


Рис. 16

Яскравість ніяким чином не впливає на колірність, але від неї залежить, наскільки сильно колір буде сприйматись нашим оком. За нульової яскравості ми не бачимо нічого, тому будь-який колір сприйматиметься як чорний. Виходячи з цього, яскравість інколи трактують подібно до насиченості, тобто як

величину, обернену до ступеня розведеності кольору чорним кольором. У цьому випадку за відсутності чорного кольору ми отримуємо чистий спектральний колір, а максимальна яскравість викликає відчуття сліпучо-білого кольору.

Ахроматичні кольори, тобто відтінки сірого (від білого до чорного) характеризуються тільки яскравістю. Це має прояв у тому, що одні кольори темніші, а інші – світліші.

Величина яскравості вимірюється у відсотках у діапазоні від 0 % (чорний) до 100 % (білий). По мірі зниження відсоткового вмісту яскравості колір стає темнішим, наближаючись до чорного. Даний компонент є нелінійним, що відповідає нашому сприйняттю світлих та темних кольорів.

Яскравість та колірний тон не є повністю незалежними параметрами. Зміна яскравості зображення впливає на зміну колірного тону. При значному зменшенні яскравості зелені кольори синіють, сині наближаються до фіолетових, жовті – до жовтогарячих, а жовтогарячі – до червоних. Сильне збільшення яскравості випромінювання викликає інший ефект. Червоні кольори переходять у жовтогарячі, потім у жовті і, нарешті, у білі.

Відмінність між моделями HSB та HSL полягає у заміні нелінійного компоненту *яскравість* (brightness) на лінійний компонент *світлість* (lightness).

Модель HSB на відміну від моделей RGB та CMYK має абстрактний характер. Це пов'язано з тим, що колірний тон та насиченість кольору неможливо вимірювати безпосередньо. Будь-яка форма вводу колірної інформації завжди починається з визначення червоної, зеленої та синьої складових, на базі яких потім за допомогою математичних розрахунків отримують компоненти HSB-моделі. Таким чином, ця колірна модель має той же колірний простір, що й RGB-модель, отже й притаманний їй недолік – обмежений колірний простір. Разом з тим HSB-модель у порівнянні з RGB- та CMYK-моделями має дві важливі переваги.

– *Апаратна незалежність*. Завдання складових цієї моделі у вигляді колірному тону, насиченості та яскравості дозволяють однозначно визначити колір без необхідності урахування параметрів пристрою виводу.

– *Більш простий та інтуїтивно зрозумілий механізм керування кольором*. Це пов'язано з тим, що колірний тон, насиченість та яскравість є незалежними характеристиками кольору. Наприклад, чистий червоний колір розташований на колірному крузі під кутом  $0^0$ . Якщо потрібно пересунути червоний тон до жовтогарячого, то треба лише збільшити кут, який визначає колірний тон. Для отримання більш бляклого кольору достатньо лише зменшити його насиченість, а для надання йому більшої яскравості відповідно збільшити значення яскравості. Отримання таких ефектів за допомогою RGB-моделі практично неможливо, оскільки значення її колірних компонентів сильно залежать одне від іншого. Тому при зміні однієї з її складових, наприклад, червоної, це впливає не тільки на колірний тон, але одночасно і на яскравість та насиченість.

### Контрольні запитання

1. Що називається колірною моделлю?
2. Основні типи колірних моделей.
3. Колірна модель RGB. Основні переваги і недоліки колірної моделі RGB.
4. Принципи роботи колориметра Максвелла.
5. Що називається колірним трикутником Максвелла?
6. Назвіть кілька моделей колірного простору RGB.
7. Де використовується колірна модель RGB?
8. Що таке колірна модель CIE XYZ? Колірний локус моделі CIE XYZ.
9. Переваги і недоліки колірної моделі CIE XYZ. Еліпси Мак Адама.
10. Основні принципи колірної моделі **Lab**. Керування кольором у моделі **Lab**.
11. Субтрактивні колірні моделі.
12. Співвідношення між колірними моделями RGB та CMY.

13. Принципи перцепційних колірних моделей. Переваги перцепційних колірних моделей.

### **Практичні завдання**

1. Задайте дві довільні точки А і В на екрані, які мають два різних кольори. Реалізуйте плавний (градієнтний) перехід кольору вздовж відрізка, який з'єднує точки А і В.
2. Побудуйте колірний трикутник Максвелла на екрані.

## **5. Поширення світла та освітленість**

Перш за все відзначимо, що ми бачимо навколишнє середовище за рахунок того, що предмети, які нас оточують, випромінюють, відбивають, заломлюють світло. Для того, щоб більш-менш адекватно відтворити на комп'ютері середовище, яке нас оточує, необхідно для початку знати фізичні властивості матеріалів, з яких складаються предмети, та геометричні закони поширення світла.

У взаємодії світла з речовиною можна виділити два основні положення: поширення світла в однорідному середовищі та взаємодія світла з межею розділу двох середовищ.

Поширення світла в однорідному середовищі відбувається вздовж прямолінійної траєкторії із сталою швидкістю. Відношення швидкості поширення світла у вакуумі до швидкості поширення світла у середовищі називається коефіцієнтом заломлення  $n$  (індексом рефракції) даного середовища. Цей коефіцієнт залежить від довжини хвилі  $\lambda$  променя (але у комп'ютерній графіці зазвичай цю залежність ігнорують).

Середовище може також поглинати світло, що проходить через нього. У цьому випадку світло експоненціально затухає з коефіцієнтом  $e^{-\beta l}$ , де  $l$  – відстань, яку пройшло світло,  $\beta$  – коефіцієнт затухання, що залежить від середовища.

Під час взаємодії світла з межею двох середовищ виникає віддзеркалення та заломлення світла.

Зупинімося детальніше на геометричних властивостях вказаних взаємодій.

### **5.1. Ідеальне віддзеркалення**

Спочатку будемо розглядати ідеально дзеркальну поверхню. Поверхня вважається **ідеально дзеркальною**, якщо на ній відсутні будь-які нерівності, шорсткості. Власного кольору така поверхня не має. Світлова енергія променя, що падає на поверхню, віддзеркалюється тільки за лінією віддзеркаленого променя. Будь-яке розсіювання убік від цієї лінії відсутнє. Нагадаймо геометричні властивості ідеального віддзеркалення. Припустімо, що промінь світла падає на площину у точці  $P$ ,  $\vec{n}$  – одинична нормаль до площини у точці  $P$ .

*Якщо промінь світла падає у точку  $P$  площини у напрямку вектора  $\vec{i}$  та віддзеркалюється у напрямку вектора  $\vec{r}$ , то вектори  $\vec{i}$ ,  $\vec{r}$  та  $\vec{n}$  лежать в одній площині і вектори  $-\vec{i}$  та  $\vec{r}$  утворюють однаковий кут з вектором  $\vec{n}$ .*

Вектор  $\vec{i}$  називається **вектором падіння**, а вектор  $\vec{r}$  – **вектором віддзеркалення**. Якщо нам відоме розташування площини та напрямок  $\vec{i}$  променя падаючого світла, то ми можемо знайти напрямок ідеального віддзеркаленого променя.

Оскільки положення площини відоме, то ми знаємо напрямок вектора  $\vec{n}$ . Будемо вважати, що усі вектори  $\vec{i}$ ,  $\vec{r}$  та  $\vec{n}$  одиничні. Кути  $\theta_i$  та  $\theta_r$  (рис. 17) називаються відповідно кутом падіння та кутом віддзеркалення. Якщо напрямок  $\vec{i}$  не паралельний вектору  $\vec{n}$ , тоді ці вектори не колінеарні і вектор  $\vec{r}$  можна записати у вигляді:  $\vec{r} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{n}$ .

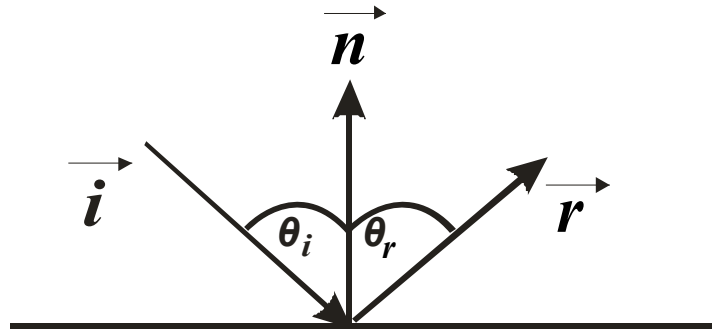


Рис. 17

Знайдемо вираз вектора  $\vec{r}$  через вектори  $\vec{i}$  та  $\vec{n}$ . Оскільки вектори  $\vec{i}$ ,  $\vec{n}$  та  $\vec{r}$  мають одиничну довжину, то вектор  $\vec{n}_1$ , який представляє собою проекцію вектора  $\vec{r}$  на вектор  $\vec{n}$ , має довжину  $\langle \vec{n}; \vec{r} \rangle$  (скалярний добуток векторів  $\vec{n}$  та  $\vec{r}$ ) або  $-\langle \vec{n}; \vec{i} \rangle$  (рис. 18). Отже, вектор  $\vec{n}_1 = -\langle \vec{i}; \vec{n} \rangle \vec{n}$ .

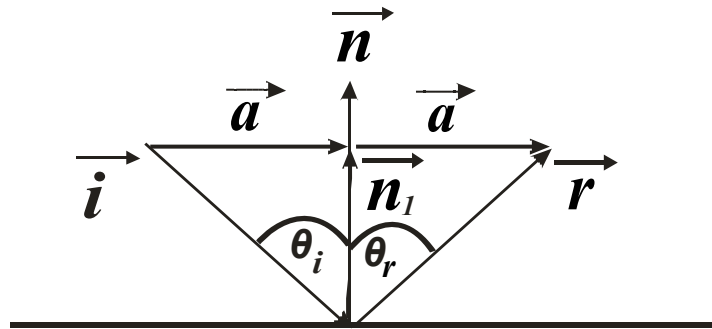


Рис. 18

За правилом додавання векторів маємо:  $\vec{a} = \vec{i} + \vec{n}_1 = \vec{i} - \langle \vec{i}; \vec{n} \rangle \vec{n}$ . Окрім того,  $2\vec{a} = \vec{i} + \vec{r}$ , звідки виходить, що  $\vec{r} = 2\vec{a} - \vec{i}$ . Якщо скористаємось виразом для вектора  $\vec{a}$ , то остаточно отримаємо:  $\vec{r} = \vec{i} - 2\langle \vec{i}; \vec{n} \rangle \vec{n}$ .

## 5.2. Модель Фонга

У природі, мабуть, немає ідеально дзеркальних поверхонь, тому вважають наступне: якщо глибина шорсткості суттєво менша довжини хвилі випромінювання, то розсіювання не спостерігається. Для видимого спектру можна прийняти, що

глибина шорсткості поверхні дзеркала повинна бути меншою, ніж 0,5 мкм.

Якщо поверхня дзеркала відполірована неідеально, то спостерігається залежність інтенсивності віддзеркаленого світла від довжини хвилі – чим більша довжина хвилі, тим краще віддзеркалення. Наприклад, червоні промені віддзеркалюються сильніше, ніж сині.

Промінь, який попадає на шорстку поверхню реального дзеркала, породжує не один віддзеркалений промінь, а нескінченну кількість променів, які розсіюються у різних напрямках. Зона розсіювання залежить від якості поліровки і може бути описана деяким законом розподілу. Як правило, форма зони розсіювання симетрична відносно лінії ідеально віддзеркаленого променя. До простих, але найчастіше використовуваних належить емпірична **модель Фонга (Ву Тонг Фонг)**, відповідно до якої інтенсивність дзеркально віддзеркаленого випромінювання пропорційна  $(\cos \alpha)^p$ , де  $\alpha$  – кут відхилення від лінії ідеального віддзеркаленого променя (рис. 19). Показник  $p$  знаходиться у діапазоні від 1 до 1000 і залежить від якості поліровки. Цей закон можна записати таким чином:

$$I_s = I (\cos \alpha)^p, \quad (1.5)$$

де  $I$  – інтенсивність джерела випромінювання.

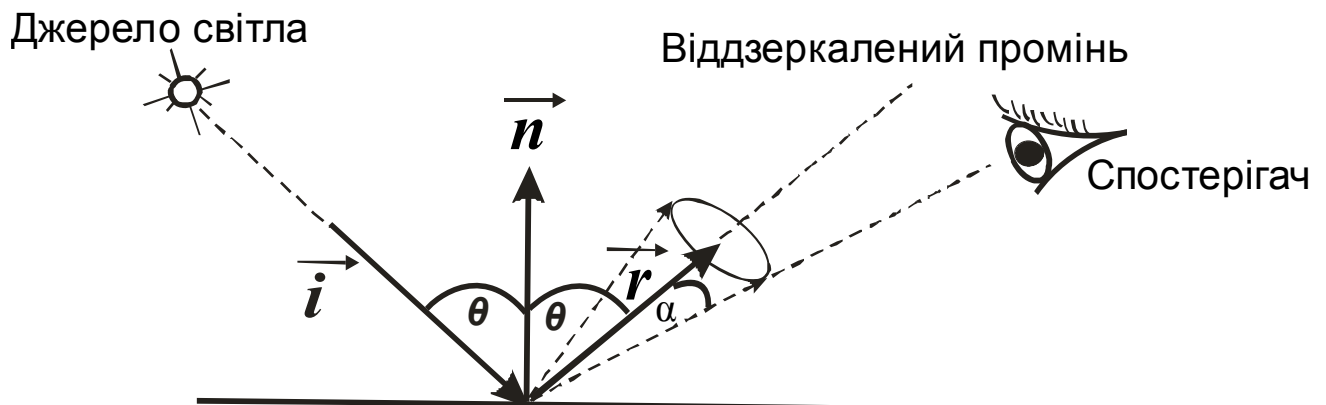


Рис. 19

### 5.3. Дифузне віддзеркалення

Дифузне віддзеркалення описується **законом Ламберта (Генріх Йоган Ламберт)**. Згідно з цим законом, світло, яке падає на поверхню, розсіюється в усі боки з однаковою інтенсивністю. Таке віддзеркалення властиве для матових поверхонь. Матовою поверхнею можна вважати таку, розмір шорсткості якої вже настільки великий, що промінь, який падає на поверхню, розсіюється рівномірно у всі боки (рис. 20).

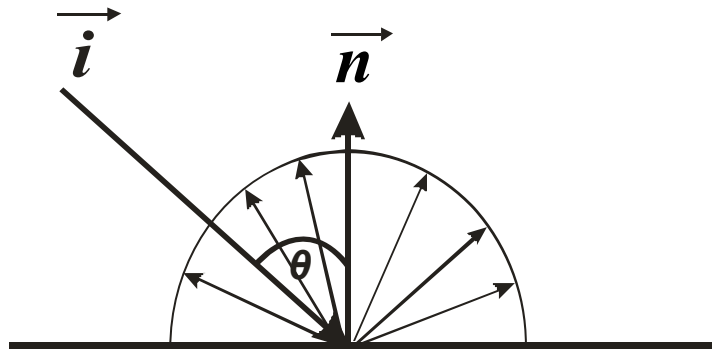


Рис. 20

Аналітично закон Ламберта можна записати у вигляді:

$$I_d = I \cdot \cos \theta, \quad (2.5)$$

де  $I$  – інтенсивність джерела світла.

Під час створення реалістичних зображень треба брати до уваги те, що у природі не існує ідеально дзеркальних або ідеально матових поверхонь. Отже, під час моделювання об'єктів засобами комп'ютерної графіки необхідно враховувати характерні якості матеріалів і використовувати складові дзеркальності та матовості у відповідних пропорціях. Тоді модель віддзеркалення можна записати у такому вигляді:

$$I_r = I_d \cdot k_d + I_s \cdot k_s = I \cdot (k_d \cdot \cos \theta + k_s \cdot \cos^p \alpha), \quad (3.5)$$

де  $k_d$  та  $k_s$  – коефіцієнти дифузії та віддзеркалення відповідно, які виражають властивості матеріалу. Дані коефіцієнти змінюються у межах від 0 до 1, причому  $k_d + k_s = 1$ .

Згідно з формулою (3.5), для деяких кутів  $\theta$  і  $\alpha$  інтенсивність  $I_r$  може бути рівною нулю. Але в реальних сценах



такого не буває. Під час моделювання освітлення слід враховувати розсіяне світло, яке віддзеркалюється від інших об'єктів. У такому випадку інтенсивність віддзеркаленого від об'єкту світла може бути записана наступною формулою:

$$I_r = I_a \cdot k_a + I_d \cdot k_d + I_s \cdot k_s = I_a \cdot k_a + I \cdot (k_d \cdot \cos \theta + k_s \cdot \cos^p \alpha), \quad (4.5)$$

де  $I_a$  – інтенсивність розсіяного світла,  $k_a$  – стала величина, яка знаходиться у кожному конкретному випадку експериментально. Врахування складових освітлення дано на рис. 21.

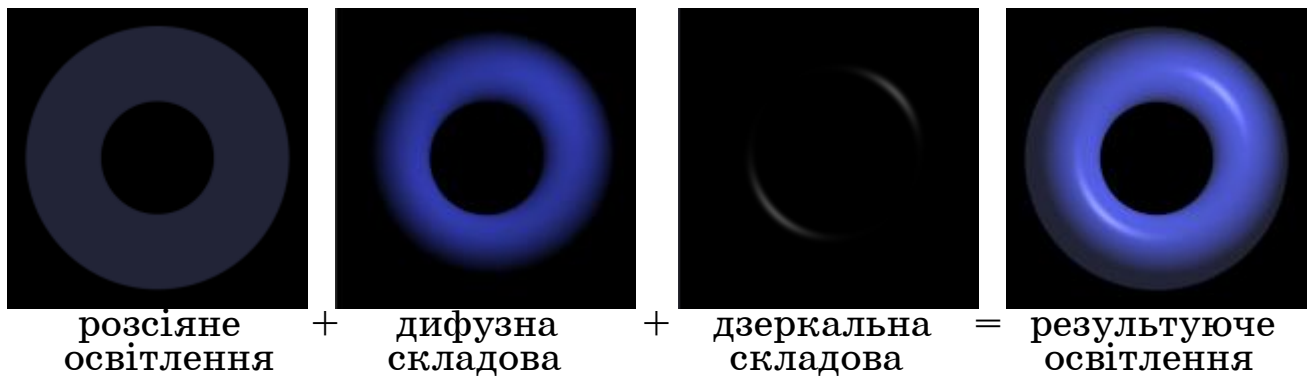


Рис. 21

Можна ще більше вдосконалити модель віддзеркалення, якщо врахувати те, що енергія від джерела випромінювання зменшується відповідно до відстані до нього:

$$I_r = I_a \cdot k_a + I \cdot F(R) \cdot (k_d \cdot \cos \theta + k_s \cdot \cos^p \alpha), \quad (5.5)$$

де  $R$  – відстань до джерела випромінювання,  $F(R)$  – функція ослаблення випромінювання. Для різних середовищ функція  $F(R)$  може мати вигляд:  $F(R) = \frac{1}{R}$ ;  $F(R) = \frac{1}{R^2}$ ;  $F(R) = e^{-R}$ . На

практиці зазвичай використовують функцію  $F(R) = \frac{1}{R}$ .

Для декількох джерел світла дифузну та дзеркальну складові розраховують окремо для кожного джерела світла, а результат — сума усіх складових:

$$I_r = I_a \cdot k_a + k_d \cdot \sum_j I_d(j) + k_s \cdot \sum_j I_s(j). \quad (6.5)$$

Запишімо формулу (4.5) у випадку, коли колір розсіяного освітлення, колір поверхні та колір джерела світла — різні. Запишімо формулу для результуючого кольору у наступному вигляді:

$$C_r = C_a \cdot C_p \cdot k_a + C \cdot C_p \cdot k_d \cdot \cos \theta + C \cdot k_s \cdot \cos^p \alpha, \quad (7.5)$$

де  $C$  — колір джерела світла,  $C_p$  — колір поверхні об'єкту,  $C_a$  — колір розсіяного освітлення. Перепишемо формулу для компонентів колірної моделі *RGB*:

$$\begin{bmatrix} R_r \\ G_r \\ B_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a \\ G_a \\ B_a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_p \\ G_p \\ B_{\hat{p}} \end{bmatrix} \cdot k_a + \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_p \\ G_p \\ B_p \end{bmatrix} \cdot k_d \cdot \cos \theta + \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \cdot k_s \cdot \cos^p \alpha. \quad (8.5)$$

Компоненти  $R$ ,  $G$  та  $B$  кольору поверхні помножуються на відповідні компоненти кольору світла для фонові та дифузної складових. Колір результату освітлення матової поверхні буде дорівнювати добутку компонентів кольору поверхні та компонентів кольору джерела світла. Наприклад, якщо жовту матову поверхню освітлити блакитним джерелом світла, то поверхня буде здаватися зеленою:

$$\begin{bmatrix} R_r \\ G_r \\ B_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (9.5)$$

Для дзеркальної складової колір віддзеркалення не залежить від власного кольору поверхні. Він визначається тільки кольором джерела світла.

#### **5.4. Ідеальне заломлення світла**

Закони заломлення світла слід враховувати під час моделювання та побудови зображень прозорих об'єктів. Згідно із законом ідеального заломлення, промінь, що падає у точку  $A$  в напрямку вектора  $\vec{i}$  з одного середовища, заломлюється всередині іншого середовища у напрямку вектора  $\vec{t}$  (рис. 22).

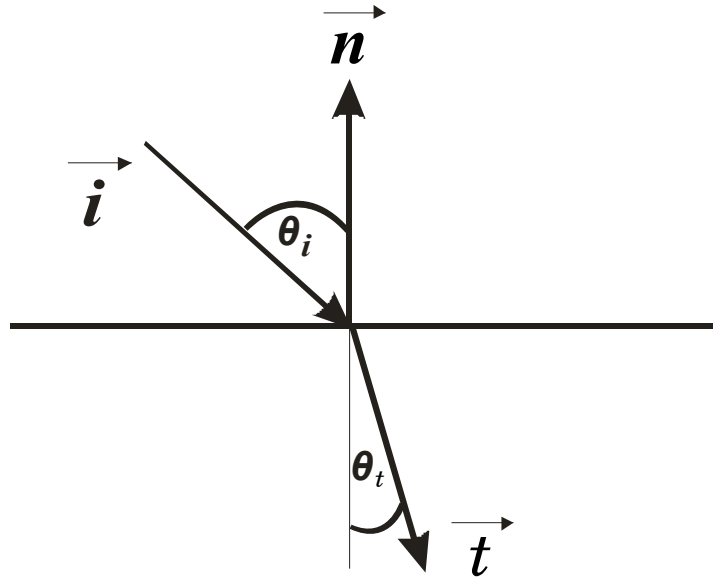


Рис. 22

Заломлення підкорюється **закону Снелліуса (Вілліброрд Снелл ван Ройен)**, згідно з яким вектори  $\vec{i}$ ,  $\vec{n}$  та  $\vec{t}$  лежать в одній площині, а для кутів має місце співвідношення:

$$\eta_i \cdot \sin \theta_i = \eta_t \cdot \sin \theta_t, \quad (10.5)$$

де  $\eta_i$  – коефіцієнт заломлення для середовища, звідкілья йде промінь, а  $\eta_t$  – для середовища, в яке він заходить. Величини  $\eta_i$ ,  $\eta_t$  називаються **абсолютними показниками заломлення** відповідних середовищ. Для вакууму абсолютний показник заломлення вважають рівним одиниці. Знайдемо явний вираз вектора  $\vec{t}$  через вектори  $\vec{i}$  та  $\vec{n}$ . Будемо вважати, що вектори  $\vec{i}$  та  $\vec{n}$  не колінеарні, тоді вектор  $\vec{t}$  можна представити у наступному вигляді:

$$\vec{t} = \alpha \cdot \vec{i} + \beta \cdot \vec{n}. \quad (11.5)$$

Співвідношення (10.5) можна переписати таким чином:  $\sin \theta_t = \eta \cdot \sin \theta_i$ , де  $\eta = \frac{\eta_i}{\eta_t}$  (ця величина називається **відносним показником заломлення**). Тоді  $\sin^2 \theta_t = \eta^2 \cdot \sin^2 \theta_i$ , або  $\eta^2 \cdot (1 - \cos^2 \theta_i) = 1 - \cos^2 \theta_t$ . Останню рівність можемо записати у вигляді:

$$\cos^2 \theta_t = 1 + \eta^2 \cdot (\cos^2 \theta_i - 1). \quad (12.5)$$

Помножимо тепер рівняння (11.5) на вектор  $\vec{n}$  і обидві частини отриманої рівності піднесемо до квадрату. Оскільки  $\cos \theta_i = \langle -\vec{i}; \vec{n} \rangle$ ,  $\cos \theta_t = \langle -\vec{t}; \vec{n} \rangle$ , то, враховуючи (12.5), маємо:

$$\alpha^2 \cdot \langle \vec{i}; \vec{n} \rangle^2 + 2\alpha\beta \cdot \langle \vec{i}; \vec{n} \rangle + \beta^2 = 1 + \eta^2 \cdot (\langle \vec{i}; \vec{n} \rangle - 1). \quad (13.5)$$

За умови того, що довжина вектора  $\vec{t}$  є одиниця, маємо:

$$\|\vec{t}\|^2 = \langle \vec{t}; \vec{t} \rangle = \alpha^2 + 2\alpha\beta \cdot \langle \vec{i}; \vec{n} \rangle + \beta^2 = 1. \quad (14.5)$$

Віднімаючи з рівняння (13.5) вираз (14.5), отримаємо  $\alpha^2 \cdot (\langle \vec{i}; \vec{n} \rangle^2 - 1) = \eta^2 \cdot (\langle \vec{i}; \vec{n} \rangle^2 - 1)$ , звідки виходить  $\alpha = \pm \eta$ . З фізичних міркувань ясно, що  $\alpha = \eta$ .

Другий коефіцієнт, коефіцієнт  $\beta$ , знаходимо тепер з квадратного рівняння  $\beta^2 + 2\beta\eta \cdot \langle \vec{i}; \vec{n} \rangle + \eta^2 - 1 = 0$ , дискримінант якого має вигляд:  $D = 4 \cdot \left(1 + \eta^2 (\langle \vec{i}; \vec{n} \rangle^2 - 1)\right)$ . Розв'язок квадратного

рівняння визначається формулою:  $\beta = \frac{-2\eta \pm 2\sqrt{1 + \eta^2 (\langle \vec{i}; \vec{n} \rangle^2 - 1)}}{2}$ ,

отже  $\vec{t} = \eta \cdot \vec{i} + \left(\eta C_i - \sqrt{1 + \eta^2 (C_i^2 - 1)}\right) \cdot \vec{n}$ , де  $C_i = \cos \theta_i = -\langle \vec{i}; \vec{n} \rangle$ .

Випадок, коли вираз під коренем від'ємний, тобто  $1 + \eta^2 \cdot (C_i^2 - 1) < 0$ , відповідає так званому повному внутрішньому віддзеркаленню (уся світлова енергія віддзеркалюється від межі розділу двох середовищ, і заломлення світла фактично немає (рис. 23)).

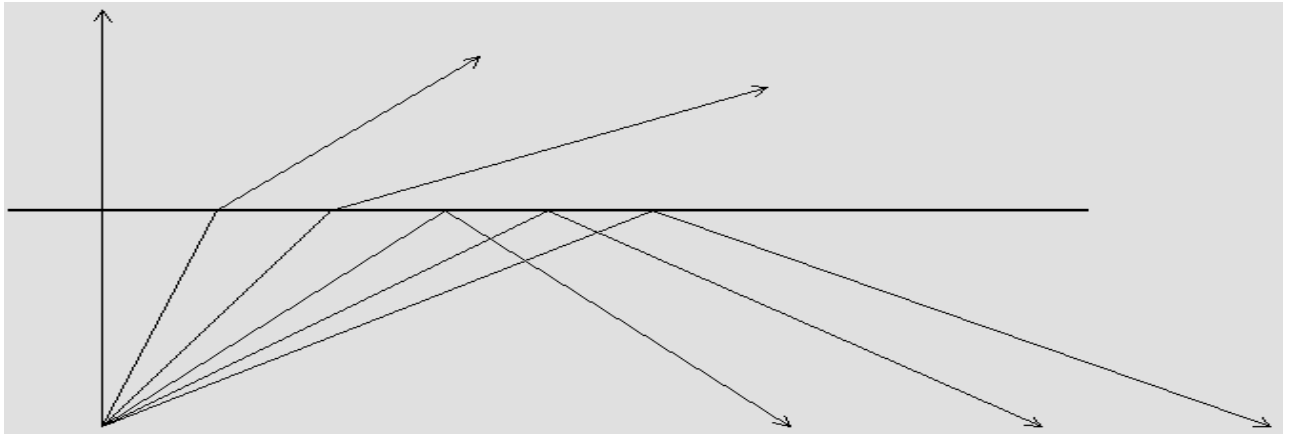


Рис. 23

Розгляньмо приклад, коли промінь проходить через товсте скло (рис. 24). Будемо вважати, що промінь падає не перпендикулярно до площини скла.

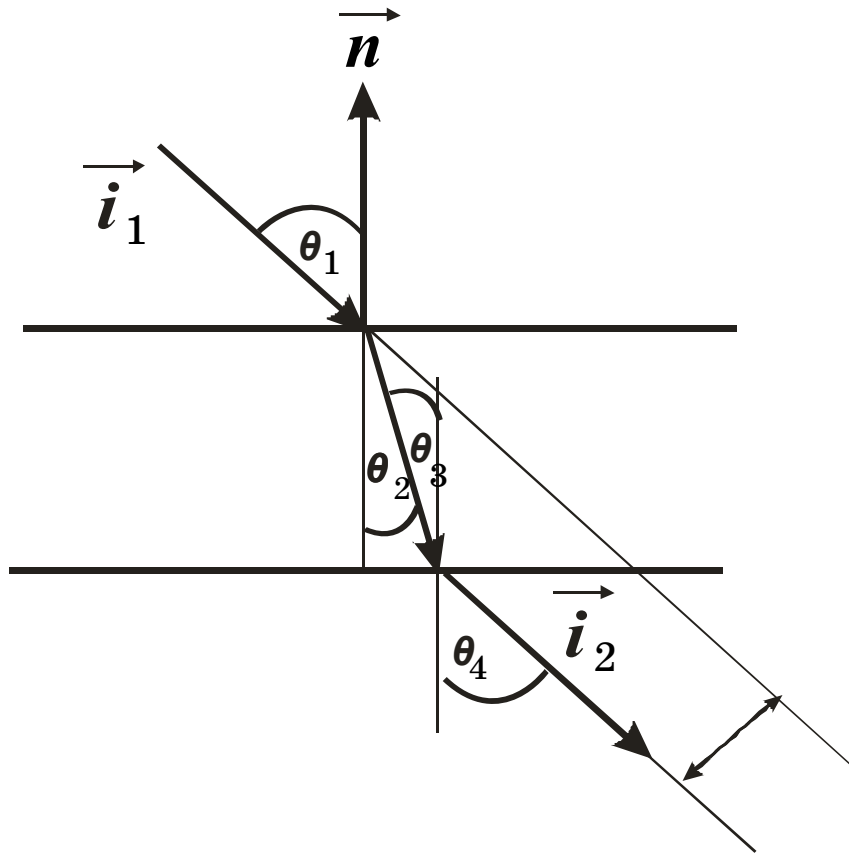


Рис. 24

У даному випадку межею розділу середовищ будуть дві паралельні площини. Спочатку промінь заломлюється, коли заходить з повітря у скло, потім знову заломлюється, коли виходить із скла у повітря. Промені  $\vec{i}_1$  та  $\vec{i}_2$  будуть паралельними, оскільки з фізичних законів заломлення виходить, що  $\theta_1 = \theta_4$  та  $\theta_2 = \theta_3$ . З вищесказаного випливає, що промінь світла після проходження через скло отримає деякий зсув. Величина цього зсуву залежить від товщини скла та відносного показника заломлення середовищ.

Ще одним важливим аспектом заломлення світла є залежність відхилення променя від довжини хвилі. Це спостерігалось ще І. Ньютоном у дослідях з розкладання білого світла трикутною призмою (рис. 25).

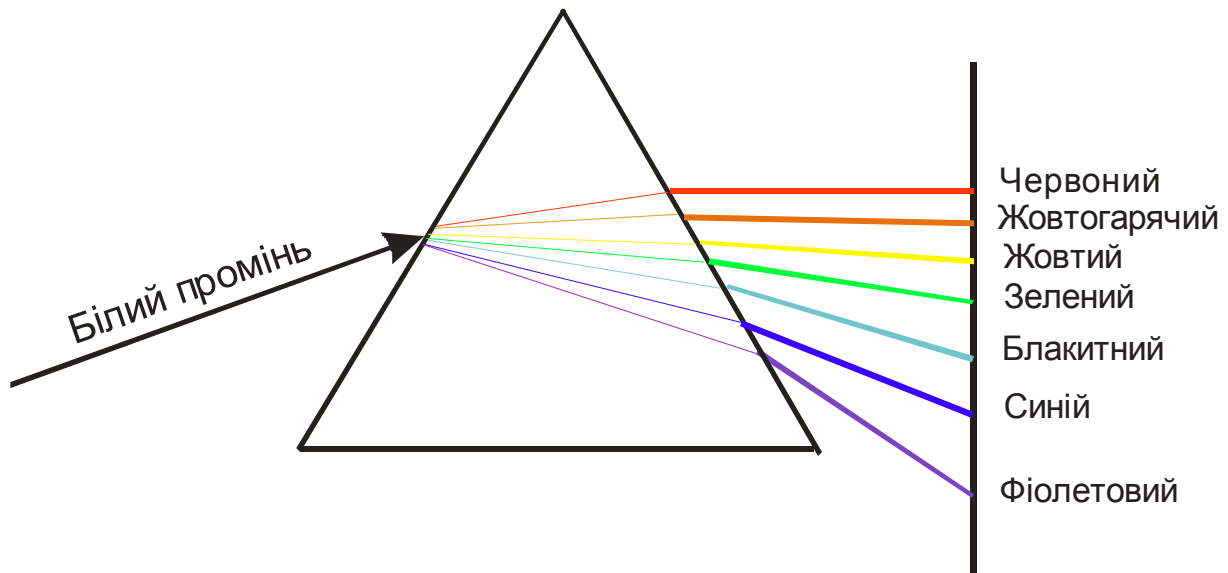


Рис. 25

Чим меншою є довжина хвилі, тим більше відхиляється промінь світла при заломленні. Завдяки цій властивості заломлення ми спостерігаємо веселку. Фіолетовий промінь ( $\lambda = 0,4$  мкм) відхиляється більш за все, а червоний ( $\lambda = 0,7$  мкм) – менш за все. Наприклад, для скла показник заломлення у видимому спектрі змінюється від 1,51 до 1,53.

Таким чином, кожний прозорий матеріал описується показником заломлення, який залежить від довжини хвилі. Крім того, необхідно враховувати, яка частина світлової енергії віддзеркалюється, а яка проходить через об'єкт і описується заломленням світла.

### 5.5. Дифузне заломлення світла

Окрім ідеального заломлення у комп'ютерній графіці використовується також **дифузне заломлення**. Воно повністю аналогічне дифузному віддзеркаленню. У цій моделі заломлене світло поширюється в усіх напрямках  $\vec{t}$  ( $\langle \vec{t}; \vec{n} \rangle < 0$ ) з однаковою інтенсивністю (рис. 26).

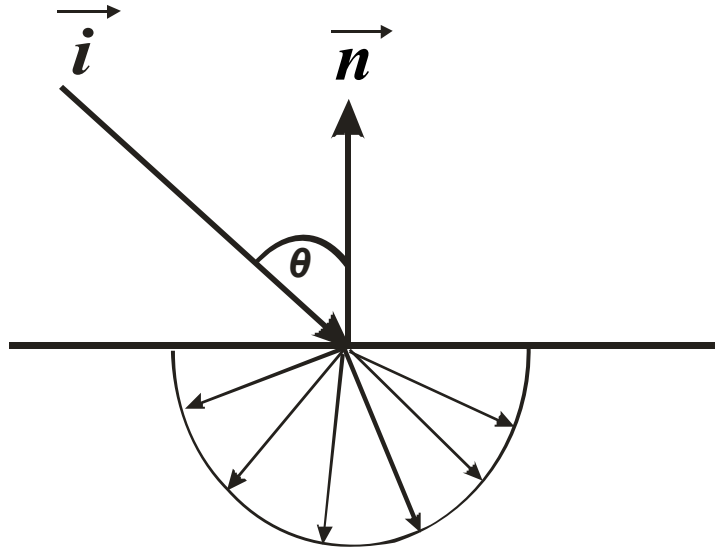


Рис. 26

Прикладом використання такої моделі може бути молочне скло, а також скло, що покрите льодом.

### 5.6. Розподіл енергії

Важливим чинником під час моделювання освітлення поверхні є розподіл енергії при віддзеркаленні та заломленні світла. З курсу фізики відомо, що доля віддзеркаленої енергії задається **коефіцієнтами Френеля (Огюстен Жан Френель)**. Наприклад, для діелектриків коефіцієнт Френеля має вигляд:

$$F_r(\lambda, \theta) = \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\cos \theta_i - \eta \cos \theta_t}{\cos \theta_i + \eta \cos \theta_t} \right)^2 + \left( \frac{\eta \cos \theta_i - \cos \theta_t}{\eta \cos \theta_i + \cos \theta_t} \right)^2 \right\}. \quad (15.5)$$

Якщо ввести позначення:  $c = \cos \theta_i$ ;  $g = \sqrt{\eta^2 + c^2 - 1} = \eta \cos \theta_t$ , то коефіцієнт (15.5) можна записати у вигляді:

$$F(\lambda; \theta) = \frac{1}{2} \left( \frac{c - g}{c + g} \right) \left\{ 1 + \left( \frac{c(c + g) - 1}{c(c - g) - 1} \right)^2 \right\}. \quad (16.5)$$

Для провідників коефіцієнт Френеля має вигляд:

$$F_r = \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{(\eta_t^2 + k_t^2) \cos^2 \theta_i - 2\eta_t \cos \theta_i + 1}{(\eta_t^2 + k_t^2) \cos^2 \theta_i + 2\eta_t \cos \theta_i + 1} \right)^2 + \right.$$

$$+ \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{(\eta_t^2 + k_t^2) - 2\eta_t \cos \theta_i + \cos^2 \theta_i}{(\eta_t^2 + k_t^2) + 2\eta_t \cos \theta_i + \cos^2 \theta_i} \right)^2 \right\}, \quad (17.5)$$

де  $k_t$  – індекс поглинання.

Необхідно відзначити, що віддзеркалення від діелектриків та провідників відрізняються якісно, тому і формули для коефіцієнтів Френеля відрізняються.

Для визначення долі віддзеркаленої та заломленої енергії прозорих середовищ використовуються такі коефіцієнти Френеля:

$$F(\theta) = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{g - c}{g + c} \right)^2 \cdot \left( 1 + \frac{c(g + c) - \left( \frac{\eta_i}{\eta_t} \right)^2}{c(g - c) + \left( \frac{\eta_i}{\eta_t} \right)^2} \right)^2, \quad (18.5)$$

де  $c = \frac{\eta_i}{\eta_t} \cdot \cos \theta$ ,  $g = \sqrt{1 + c^2 - \left( \frac{\eta_i}{\eta_t} \right)^2}$ ;  $\eta_i$ ,  $\eta_t$  – коефіцієнти заломлення середовищ,  $\theta$  – кут між нормаллю до поверхні та падаючим променем.

Як правило, точні формули для коефіцієнтів Френеля у комп'ютерній графіці не використовуються, тому що вони достатньо складні для обчислення. Частіше використовуються більш прості наближені варіанти:

$$F(\theta) = F(0) + (1 - F(0)) \cdot (1 - \cos \theta)^5, \quad F(\theta) = \frac{1}{(1 + \cos \theta)^8}, \quad F(\theta) = 1 - \cos \theta.$$



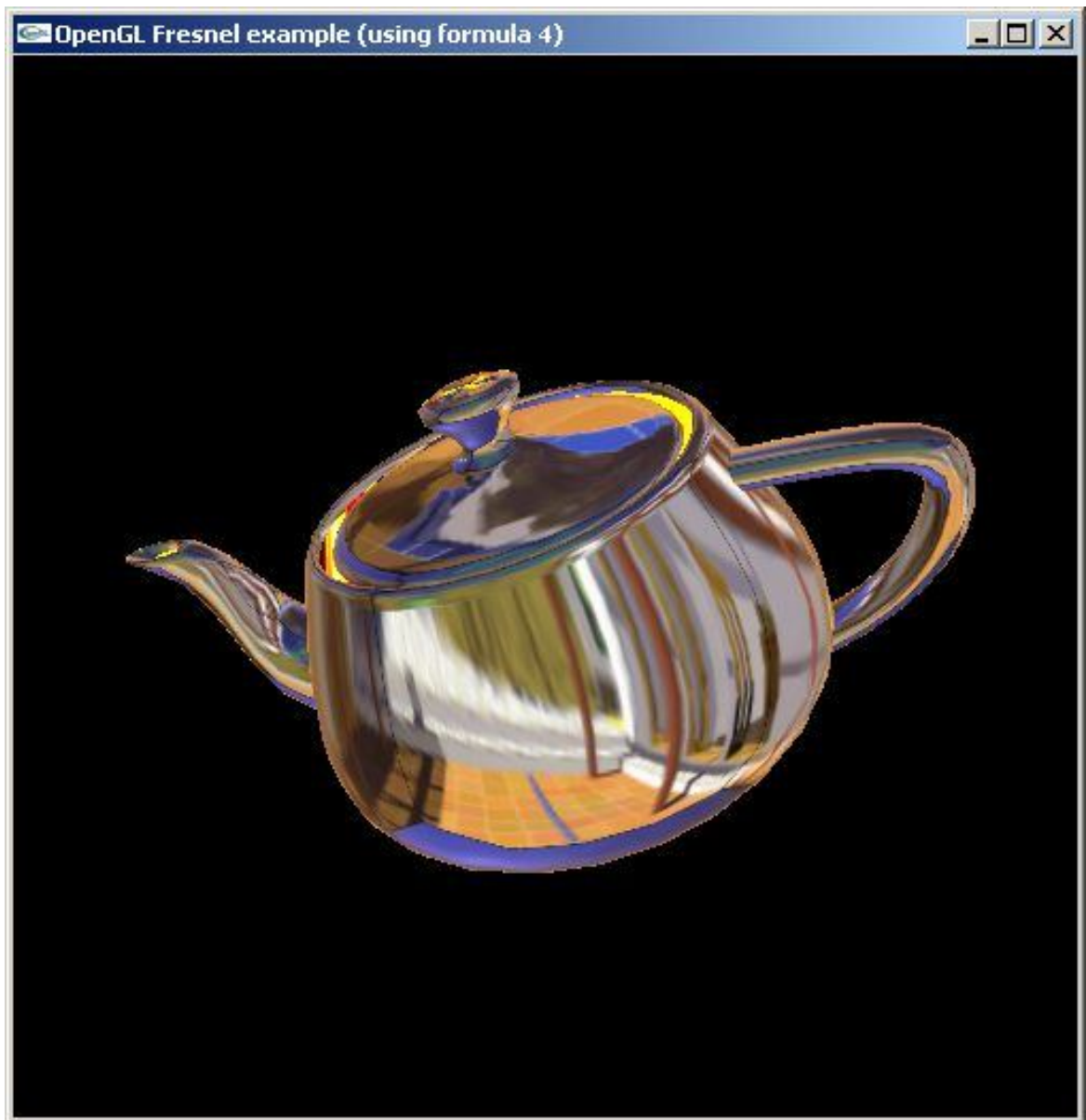


Рис. 27

На рис. 27 дано приклад використання першого спрощеного коефіцієнта Френеля ( $F(\theta) = F(0) + (1 - F(0)) \cdot (1 - \cos \theta)^5$ ) для змішування основного кольору та кольору віддзеркалення.

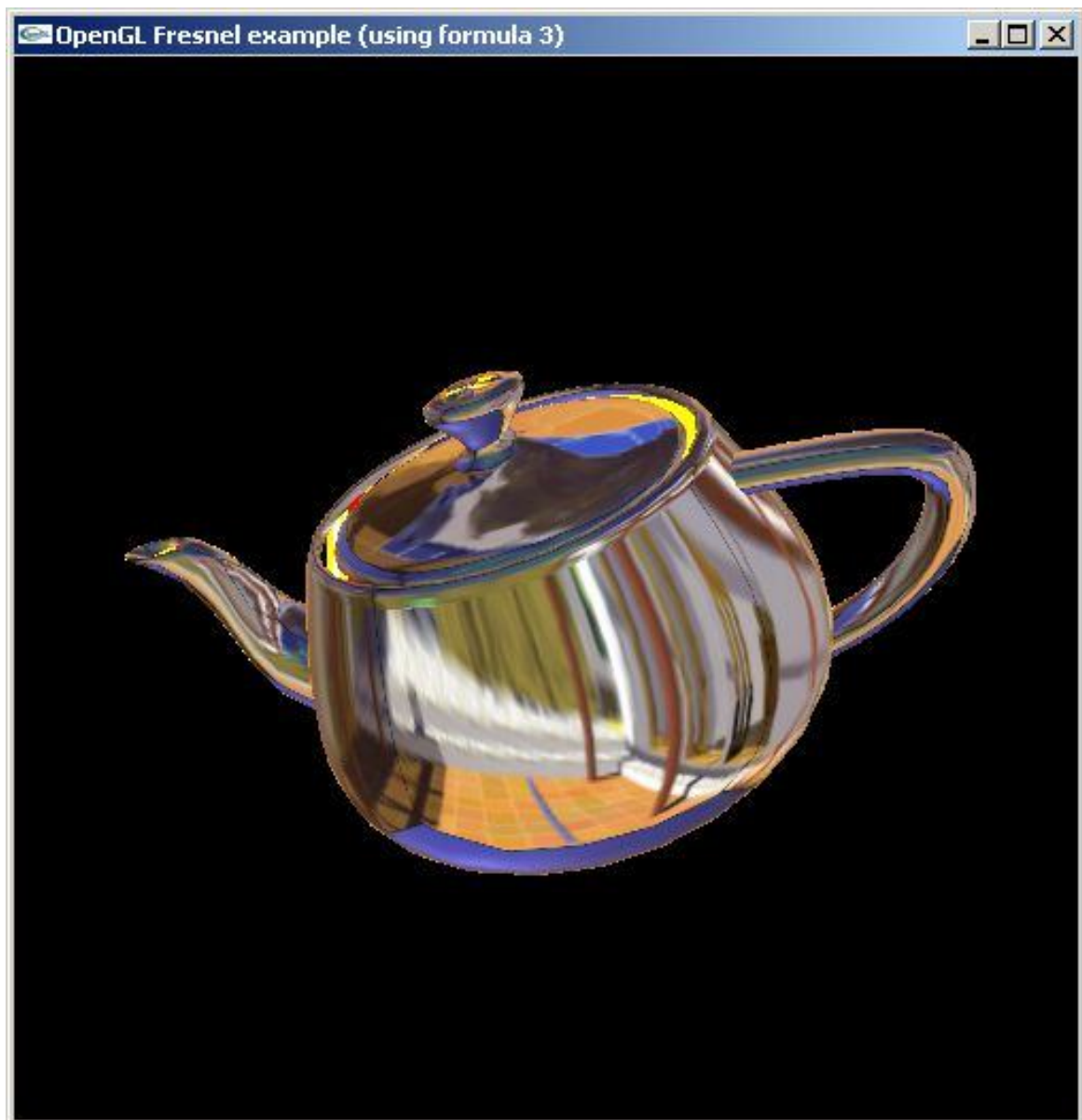


Рис. 28

На рис. 28 дано приклад використання другого спрощеного коефіцієнта Френеля ( $F(\theta) = \frac{1}{(1 + \cos \theta)^8}$ ) для змішування основного кольору та кольору віддзеркалення.

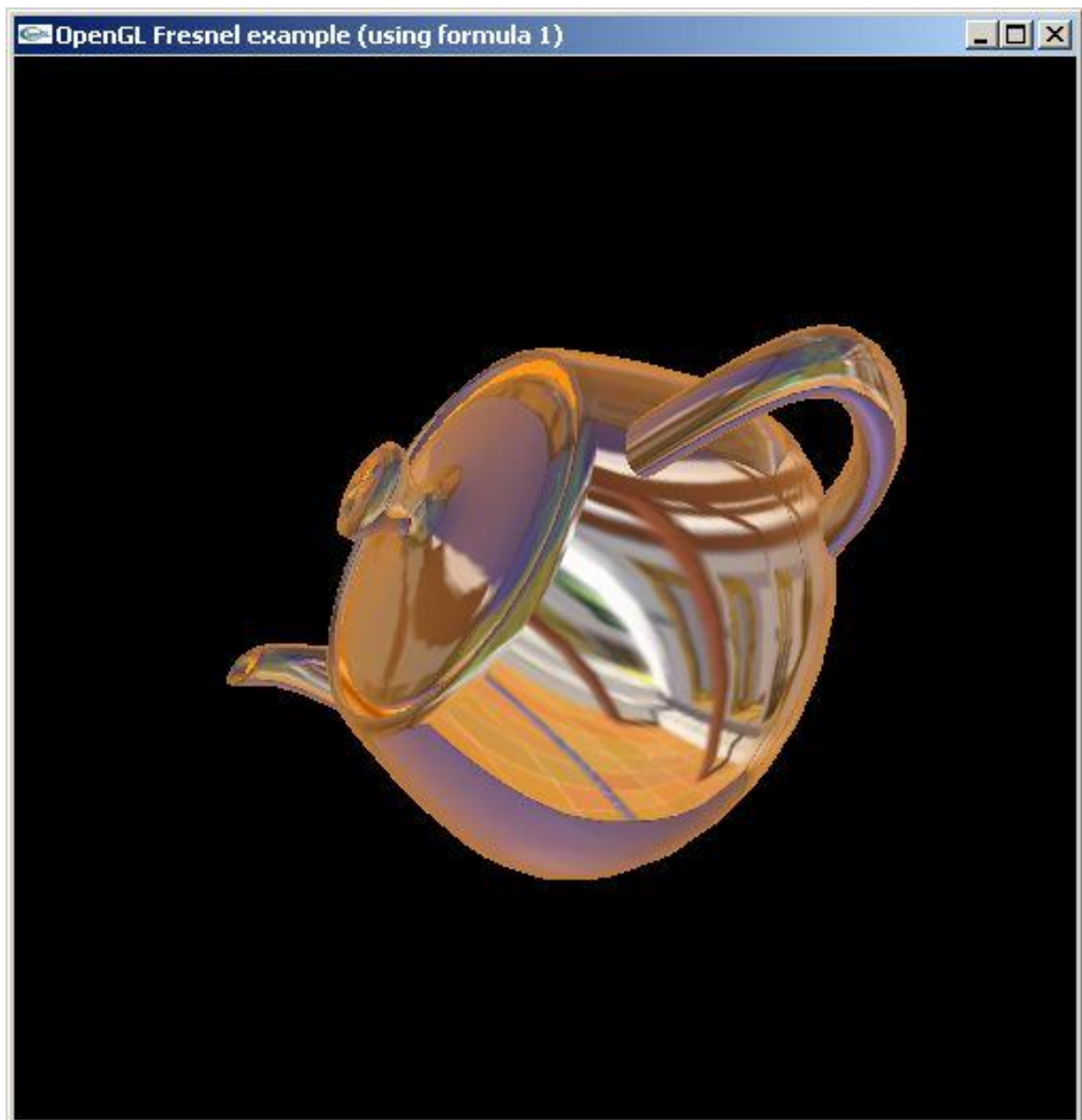


Рис. 29

На рис. 29 дано приклад використання третього спрощеного коефіцієнта Френеля ( $F(\theta) = 1 - \cos \theta$ ) для змішування основного кольору та кольору віддзеркалення.

### Контрольні запитання

1. Сформулюйте закон ідеального віддзеркалення світла від площини.
2. У чому полягає модель Фонга віддзеркаленого випромінювання? Надайте формулу інтенсивності віддзеркаленого випромінювання у моделі Фонга.

3. Сформулюйте закон Ламберта дифузного віддзеркалення. Як знайти інтенсивність віддзеркаленого світла згідно закону Ламберта?

4. Фонове освітлення. Модель інтенсивності віддзеркаленого світла від об'єкту з урахуванням фонового, дифузного та дзеркального віддзеркалення.

5. Сформулюйте закон Снелліуса заломлення світла.

6. Який зміст мають коефіцієнти Френеля?

### Вправи

1. Знайдіть напрямок віддзеркаленого променя, якщо відомий напрямок світла і нормаль до площини.

2. Запишіть формулу результуючого кольору з урахуванням фонового, дифузного та дзеркального віддзеркалення. Знайдіть колір плоскої поверхні у відсутності дзеркального віддзеркалення, якщо матова поверхня зелена, колір джерела світла синій, фонове освітлення жовте. Покласти  $k_a = 0.3$ ,  $k_d = 0.7$ .

3. Знайдіть напрямок заломленого променя, якщо відомий напрямок світла, нормаль до площини та абсолютні показники заломлення  $\eta_i$  та  $\eta_t$  середовищ.

## 6. Найпростіші моделі рендерінгу полігональних моделей

У більшості випадків у комп'ютерній графіці для побудови поверхонь використовуються полігональні моделі. Тобто поверхні задаються набором плоских опуклих граней. Для надання поверхні тривимірності існують три основні методи *рендерінгу* (фарбування) полігональної моделі поверхні: метод плоского (сталого) фарбування, метод Гуро, метод Фонга.

### 6.1. Метод сталого фарбування

Це найпростіший метод із трьох вказаних. Він полягає в тому, що на кожній грані полігональної моделі обирається довільна точка і знаходиться її освітленість, яка й береться як освітленість усієї грані. За моделі освітлення найчастіше обирають моделі вигляду:

$$I_l = I_a \cdot k_a + I_{d,l} \cdot k_d = I_a \cdot k_a - I \cdot k_d \cdot \langle \vec{n}_l; \vec{i} \rangle \quad (1.6)$$

або

$$I_l = I_a \cdot k_a + I_{d,l} \cdot k_d + I_{s,l} \cdot k_s = I_a \cdot k_a + I \cdot (-k_d \cdot \langle \vec{n}_l; \vec{i} \rangle + k_s \cdot \cos^p \alpha_l). \quad (2.6)$$

У формулах (1.6), (2.6) число  $l$  – номер грані полігональної моделі поверхні. У цій моделі кожна плоска грань має свій відтінок кольору, який визначається відповідно до освітленості грані (рис. 29).

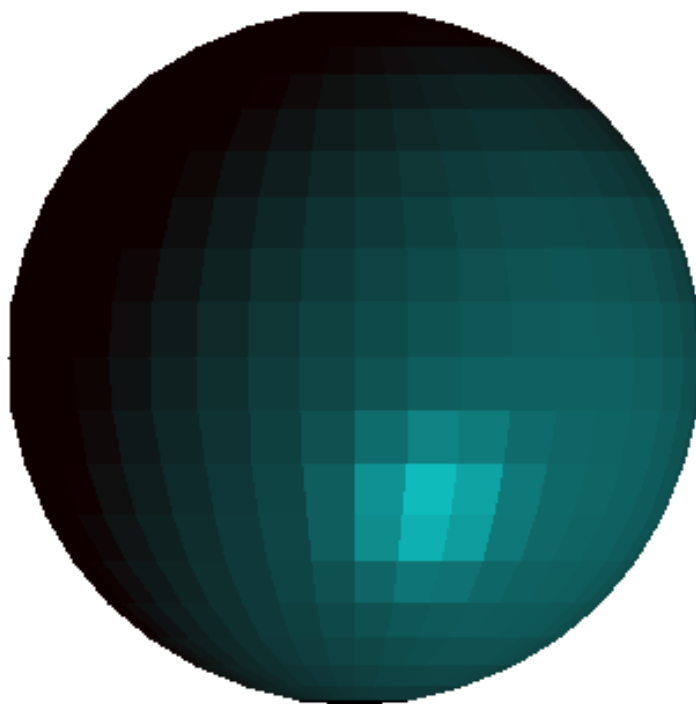


Рис. 29

Різні відтінки сусідніх граней у цьому випадку дуже відрізняються, і поверхня виглядає, саме як многогранник. Але зір людини має властивість підкреслювати перепади яскравості на межах суміжних граней. У деяких випадках по нервових волокнах передається інформація і про прискорення яскравості. Якщо дві яскравості,  $I_1$  та  $I_2$ , розділені на площині областю, в якій яскравість плавно підвищується від  $I_1$  до  $I_2$ , то око бачить (символом  $S$  позначено сприйняття яскравості, рис. 30) дві смуги, які проходять по краях області переходу: поблизу більшої яскравості – смугу ще більш яскраву, а поблизу малої яскравості – смугу більш темну (рис. 29, 31).

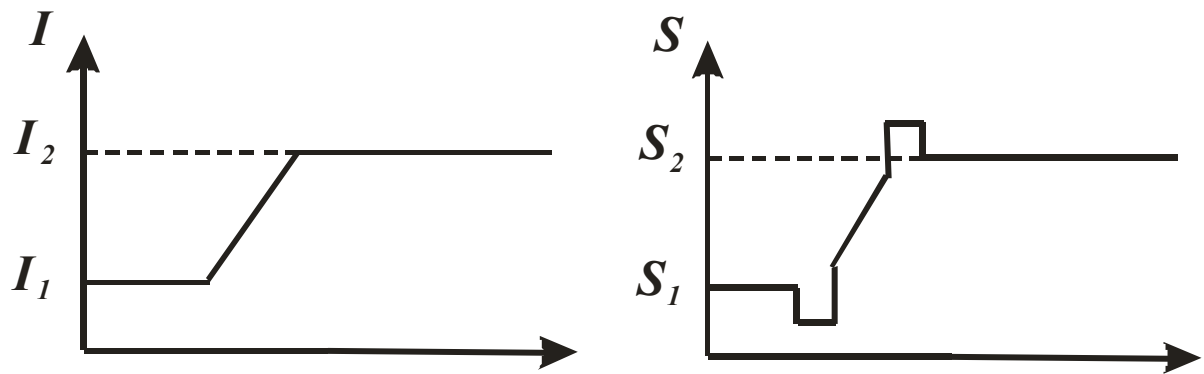


Рис. 30

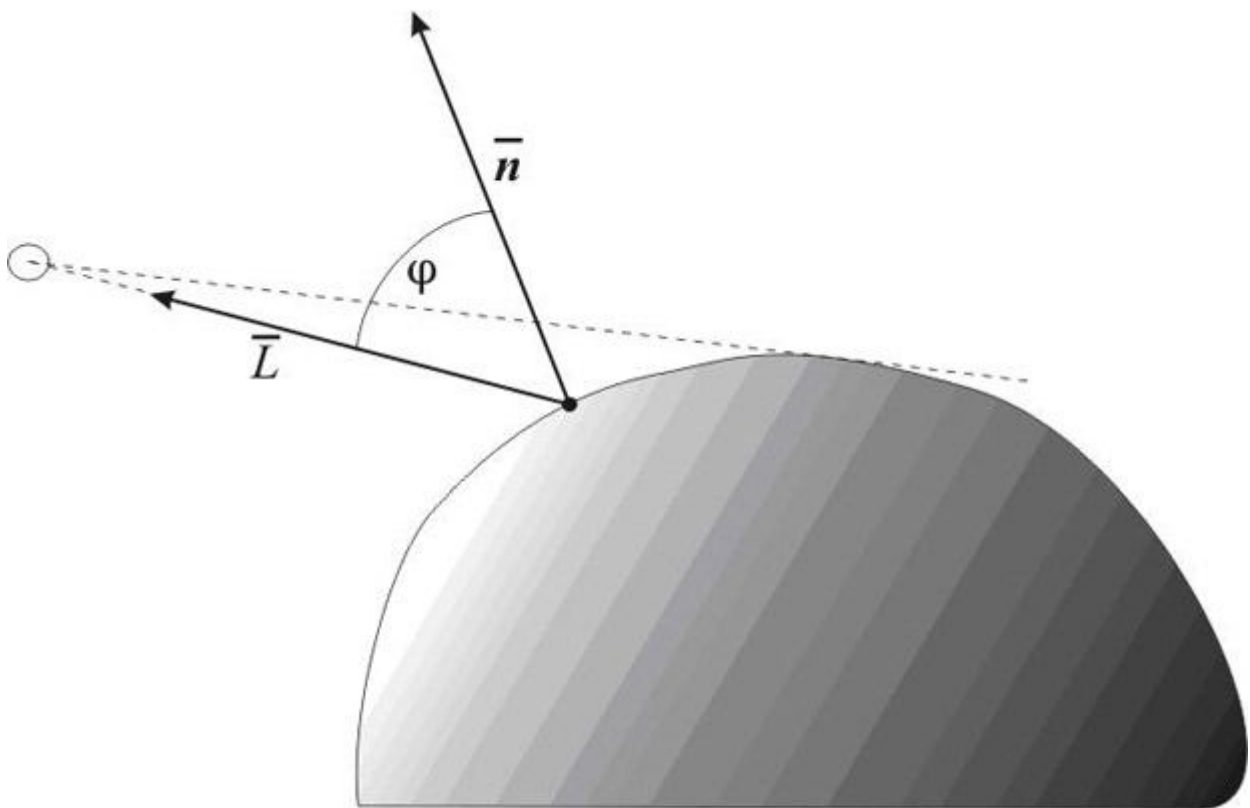


Рис. 31

Такий ефект називається ефектом *смуг Маха*. Смути Маха зараховують до числа ілюзій, оптичної омани. Однак необхідно сказати, що така «омана» допомагає побачити реально існуючий, але розмитий у перехідній області контраст, підкреслює нечіткий контур об'єкта, що, безумовно, біологічно корисно.

Таким чином, з вищесказаного випливає, що для створення ілюзії гладкості поверхні треба набагато збільшити кількість граней полігональної моделі, що призводить до суттєвого уповільнення візуалізації – чим більша кількість граней, тим меншою буде швидкість візуалізації об'єкта.

## 6.2. Метод Гуро

Метод Гуро є одним із методів оптимізації побудови реалістичного зображення на основі полігональної моделі. Цей метод започаткований на ідеї фарбування кожної плоскої грані відтінками кольору, які плавно змінюються та обчислюються шляхом інтерполяції кольорів прилеглих граней. Зафарбовування граней згідно з методом Гуро здійснюється у чотири етапи.

Етап 1. Обчислюються нормалі до кожної грані.

Етап 2. Визначаються нормалі у вершинах полігональної моделі. Нормаль у вершині визначається як «середня» нормаль прилеглих граней (рис. 32).

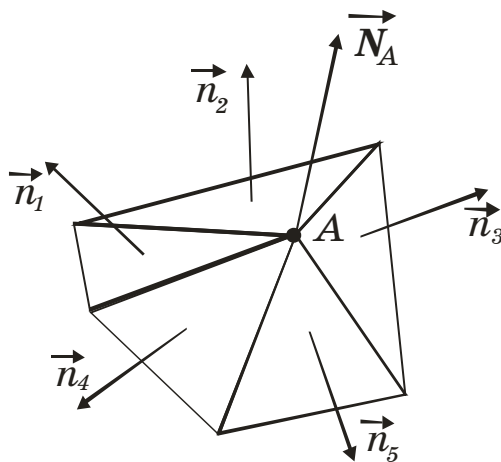


Рис. 32

Середній вектор нормалі у вершині A знаходиться за формулою:

$$\vec{N}_A = \frac{\vec{n}_1 + \vec{n}_2 + \dots + \vec{n}_k}{k}, \quad (3.6)$$



де  $\overline{n}_i$  ( $i = 1, \dots, k$ ) – одиничні нормалі прилеглих до вершини  $A$  граней.

Етап 3. На основі нормалей  $\overline{N}_A$  обчислюється значення інтенсивності освітлення у вершині  $A$  згідно з однією з обраних моделей віддзеркалення світла (1.6) або (2.6).

Етап 4. Зафарбовуються грані полігональної моделі за допомогою лінійної інтерполяції значень інтенсивності освітлення у вершинах.

Більш детально зупинімось на побудові лінійної інтерполяції освітлення методом Гуро.

Знаючи інтенсивності  $I_1$  та  $I_2$  (рис. 33), проведемо лінійну інтерполяцію по горизонталі для знаходження інтенсивності  $I(x; y)$  у точці  $M$  за формулою:

$$I(x; y) = I_1 + \frac{(I_2 - I_1) \cdot (x - x_1)}{x_2 - x_1} \quad (4.6)$$

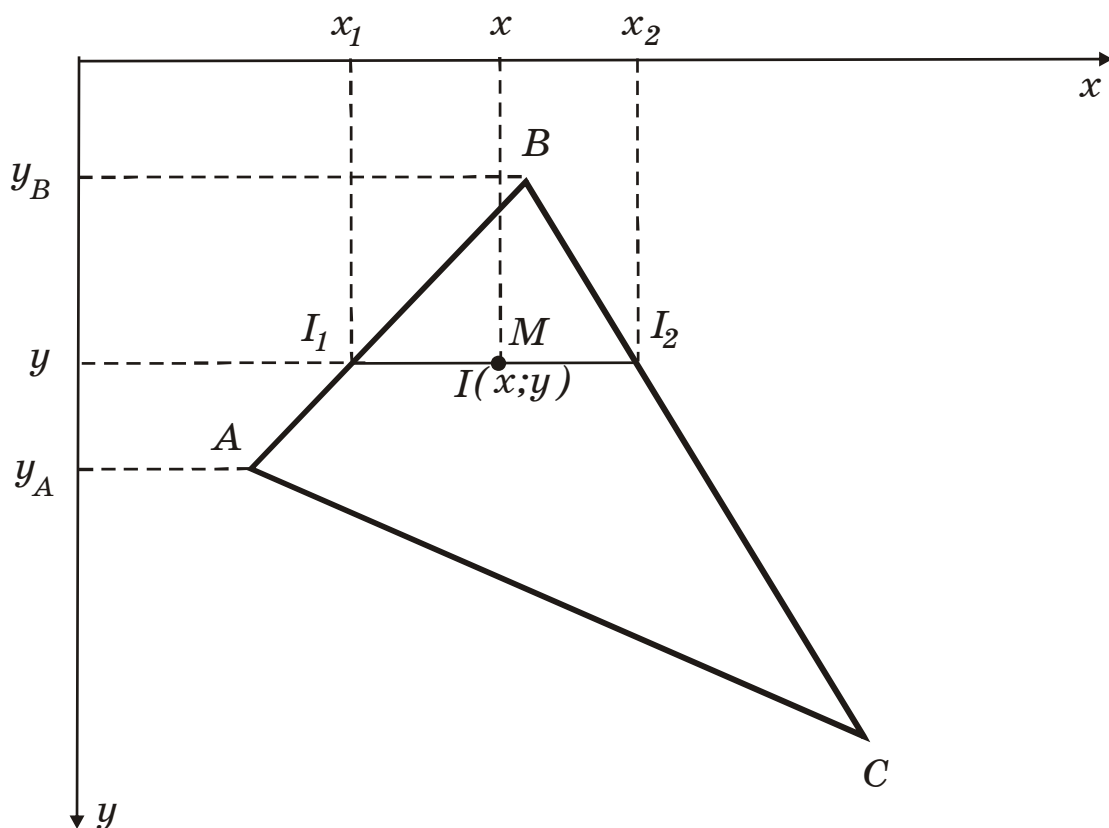


Рис. 33

Значення інтенсивності  $I_1$  та  $I_2$  на кінцях горизонтального відрізка знаходимо шляхом інтерполяції інтенсивності у вершинах:

$$I_1 = I_B + \frac{(I_A - I_B) \cdot (y - y_B)}{y_A - y_B}; \quad I_2 = I_B + \frac{(I_C - I_B) \cdot (y - y_B)}{y_C - y_B}. \quad (5.6)$$

Крім того, повинно бути:

$$x_1 = x_B + \frac{(x_A - x_B) \cdot (y - y_B)}{y_A - y_B}; \quad x_2 = x_B + \frac{(x_C - x_B) \cdot (y - y_B)}{y_C - y_B}. \quad (6.6)$$

### **6.3 Метод Фонга**

Метод Фонга подібний до метода Гуро, але у цьому методі для визначення відтінку кольору у кожній точці інтерполюються не інтенсивності відбитого світла, а вектори нормалей. Зафарбовування за методом Фонга здійснюється за наступними етапами.

Етап 1. Як і в методі Гуро знаходяться нормалі до кожної з граней полігональної моделі.

Етап 2. Такий самий, як і в методі Гуро – знаходяться середні нормалі у кожній з вершин.

Етап 3. У довільній точці  $M$  грані, що зафарбовується, знаходимо інтерпольований вектор нормалі  $N$ . Більш детально зупинімось на цьому етапі.

Спочатку за допомогою лінійної інтерполяції знаходимо нормалі  $N_1$  та  $N_2$  через нормалі  $N_A$ ,  $N_B$  та  $N_C$  у відповідних вершинах (рис. 34).

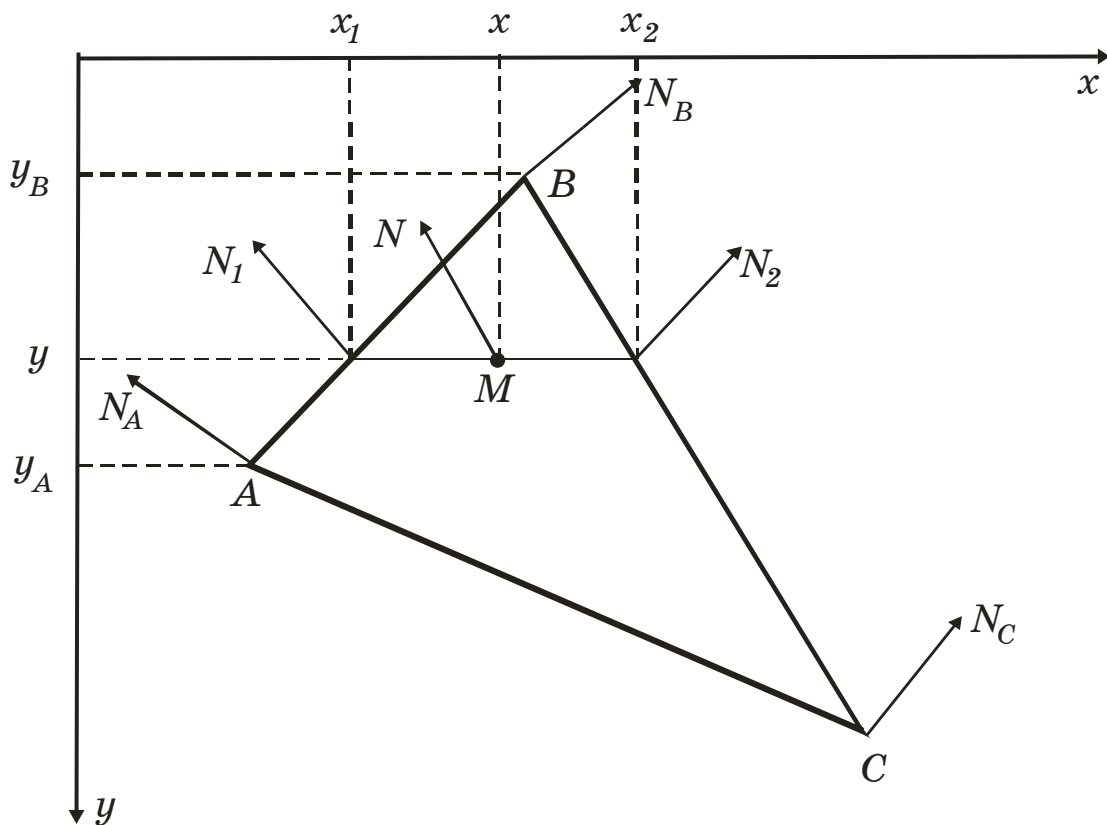


Рис. 34

Будемо записувати координати векторів у стовпчик. Нормалі  $N_1$  та  $N_2$  знаходимо за формулами:

$$N_1 = \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_B + \frac{(X_A - X_B) \cdot (y - y_B)}{y_A - y_B} \\ Y_B + \frac{(Y_A - Y_B) \cdot (y - y_B)}{y_A - y_B} \\ Z_B + \frac{(Z_A - Z_B) \cdot (y - y_B)}{y_A - y_B} \end{pmatrix}, \quad (7.6)$$

$$N_2 = \begin{pmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_B + \frac{(X_C - X_B) \cdot (y - y_B)}{y_C - y_B} \\ Y_B + \frac{(Y_C - Y_B) \cdot (y - y_B)}{y_C - y_B} \\ Z_B + \frac{(Z_C - Z_B) \cdot (y - y_B)}{y_C - y_B} \end{pmatrix}. \quad (8.6)$$

Тепер координати вектора  $N$  знаходяться за формулою:

$$N = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 + \frac{(X_2 - X_1) \cdot (x - x_1)}{x_2 - x_1} \\ Y_1 + \frac{(Y_2 - Y_1) \cdot (x - x_1)}{x_2 - x_1} \\ Z_1 + \frac{(Z_2 - Z_1) \cdot (x - x_1)}{x_2 - x_1} \end{pmatrix}. \quad (9.6)$$

Значення змінних  $x_1$  та  $x_2$  у формулі (9.6) знаходяться за формулою (6.6).

Етап 4. Колір кожної точки грані обчислюється згідно з напрямком інтерпольованого вектора нормалі та відповідно до обраної моделі відбиття світла.

Необхідно відзначити, що метод Фонга є більш точним для врахування віддзеркалення світла, але потребує більше ресурсів комп'ютера. У багатьох випадках для реалістичного зображення сцени достатньо метода Гуро.

### **Контрольні запитання**

1. У чому полягає метод сталого фарбування?
2. Що називається смугами Маха?
3. Назвіть етапи рендерінгу за методом Гуро.
4. Назвіть етапи рендерінгу за методом Фонга.
5. Порівняйте методи рендерінгу Гуро і Фонга.

### **Практичні завдання**

1. Використовуючи параметричні рівняння сфери, побудуйте полігональну модель сфери. Здійсніть рендерінг отриманої полігональної моделі методом сталого фарбування.

2. Скориставшись полігональною моделлю сфери, здійсніть рендерінг даної поверхні методом Гуро.

3. Скориставшись полігональною моделлю сфери, здійсніть рендерінг даної поверхні методом Фонга.

## 7. Висновки

Сучасна практика показує, що арсенал комп'ютерної графіки активно проникає у нові області знань і практичної діяльності. Спеціалісти у цих областях по волі чи по неволі змушені освоювати новий для себе програмний інструментарій, оволодівати прийомами побудови та модифікації зображень.

Фахівці в області інформатики повинні вміти не тільки користуватися вже готовими графічними пакетами, але й мати уяву про принципи та методи побудови графічних зображень, вміти використовувати досягнення інших наук. Комп'ютерна графіка – відносно молода наука, але в ній з успіхом використовуються знання та технічні прийоми, які були знайдені вченими різних наук сотні років тому.

Одними з найважливіших складових комп'ютерної графіки є наука про вимірювання та управління кольором та фізика поширення і відбиття світла у середовищах. Наука про колір називається *метрологією кольору* або *колориметрією* (назва утворена від латинських слів «кolor» – колір, «метрон» – міра).

Вище було розглянуто, яким чином можна вимірювати колір, як його можна перевести у цифрові дані, що таке колірні моделі (колірні простори), які існують зв'язки між різними колірними просторами, а також закони відбиття світла від поверхонь та заломлення світла при проходженні через прозорі об'єкти. Ми з вами побачили, що наука про колір, яка інтенсивно використовується у комп'ютерній графіці, відкриття фізичних законів про світло та його поширення у середовищах мали місце значно раніше, ніж з'явилися комп'ютери. І зараз іде постійне оновлення ідей, методів, які використовуються у комп'ютерній графіці, тому спеціалісти у цій області повинні постійно «тримати руку на пульсі» тих змін, які відбуваються майже щоденно в областях знань, пов'язаних із комп'ютерними науками взагалі, і в комп'ютерній графіці зокрема.

## 8. Історичні відомості

### Грассман, Герман Гюнтер

Герман Грассман (15 квітня 1809 – 26 вересня 1877) народився і помер у Штеттині, Німеччина.

У дитинстві Г. Грассман, навчаючись у Штеттинській гімназії, де фізику і математику викладав його батько Юстус Гюнтер Грассман, не відрізнявся особливими успіхами. Поступово вдосконалюючись, він склав шкільні іспити у 18 років і став другим за успіхами. Герман вирішив вивчати теологію і у 1827 році поїхав навчатися до Берлінського університету, обравши курси теології, стародавніх мов, філософії і літератури, не взявши курси з математики і фізики. Хоча він і не займався математикою в університеті, але вона зацікавила його після повернення у Штеттин у 1830 році після завершення навчання у Берліні. Перші успіхи, зроблені ним під час вивчення математики, привели його до важливих ідей, які він розвинув кількома роками пізніше.

У 1840 році Грассман приїхав у Берлін складати іспити, які б дозволяли йому вести точні предмети на вищому рівні у гімназії. З цього моменту він міг викладати математику, фізику, хімію та мінералогію на всіх рівнях середньої школи. Під час підготовки до іспитів він представив роботу, яка включала в себе аналіз, заснований на векторах, на векторних операціях додавання та векторного добутку, векторні диференціали і теорію вектор-функцій. У 1844 році було опубліковано його роботу «*Die lineale Ausdehnungslehre, ein neuer Zweig der Mathematik*», у якій він ввів алгебраїчний многовид, який сьогодні називається Грассманіаном.

Грассман відкрив те, що зараз називається «зовнішньою алгеброю». Грассманівська зовнішня алгебра разом із алгеброю Кліффорда плідно використовується у сучасній диференціальній геометрії.

Грассман також вивчав проблеми фізики. У 1853 році він опублікував теорію змішування кольорів. Але все ж таки найбільші його досягнення стосуються математики. Саме його математичні методи лягли в основу роботи Елі Картана і з тих пір використовуються під час вивчення диференціальних форм і їх використанні в аналізі та геометрії.

### **Гуро́, Анрі**

Гуро́, Анрі (фр. Henri Gouraud, нар. 1944 р.) – французький дослідник-математик, спеціаліст в області комп'ютерної графіки, винахідник одного з перших алгоритмів тонування тривимірних моделей (метод тонування Гуро).

З 1964 по 1967 рр. навчався в École Centrale Paris. Ступінь доктора філософії отримав в університеті Юти у 1971 році. Дисертацію «Комп'ютерна візуалізація криволінійних поверхонь» (Computer Display of Curved Surfaces) захистив під керівництвом Дейва Еванса та Айвена Сазерленда.

Широко відомі зображення людського обличчя, які демонструють розроблений ним метод тонування, були створені на основі моделі обличчя його дружини Сільвії Гуро.

### **Гюйгенс, Христіан**

Христіан Гюйгенс (Huygens, Christiaan, 14 квітня 1629 р. – 18 липня 1695 р.) – голандський математик, фізик і астроном. Народився і помер у Гаазі. Навчався в університетах Лейдена (1645–1647) і Бреди. У 1665–1681 рр. мешкав у Парижі, з 1681 р. у Гаазі.

Перші роботи Гюйгенса присвячені класичним проблемам: теоремам про квадратуру гіперболи, еліпса і круга, величині круга. Використовуючи алгебраїчний підхід, він уточнив значення числа  $\pi$ . У 1657 році написав трактат «Про розрахунки при азартних іграх» (*De ratiociniis in ludo aleae*). Це була одна з перших робіт з теорії ймовірностей. Гюйгенс став

відомим завдяки винаходу маятникового годинника. Про це відкриття він повідомив у творі «Годинник» (*Horologium*, 1658). Наступні роки присвятив проблемам механіки. У 1673 році у Парижі вийшла його фундаментальна праця «Годинник, що коливається, або про рух маятника» (*Horologium oscillatorium, sive de motu pendulorum ad horologia aptato demonstrationes geometrica*), у якій розглядався рух важких тіл по циклоїді, давалася розгортка і означення довжини кривих ліній, вирішувалася задача про визначення центра коливань фізичного маятника та періоду його коливань, розглядалася теорема про центробіжну силу, давався пристрій годинника іншого типу – з круговим маятником.

У 1678 році Гюйгенс представив у Паризьку академію наук «Трактат про світло» (*Traité de la lumière*), у якому викладалася хвильова теорія світла. У межах цієї теорії вчений пояснював механізм поширення світла, відбивання, заломлення, атмосферну рефракцію, подвійне променеве заломлення. Була розглянута також форма лінз. Центральним моментом теорії був відомий принцип побудови огинаючої хвилі (принцип Гюйгенса). Відомі роботи Гюйгенса прикладного характеру. Він вдосконалив лінзовий телескоп, зокрема об'єктив, сконструював окуляр (окуляр Гюйгенса), став використовувати діафрагми, винайшов мікромметр (прилад для виміру малих кутів). За допомогою сконструйованого ним телескопу у 1655 році виявив кільце у Сатурна і його супутник Титан, визначив період обертання Титана навколо планети.

### **Ламберт, Йоган Генріх**

Йоган Генріх Ламберт (нім. Johann Heinrich Lambert, 26 серпня 1728 р., Мюлуз, Ельзас – 25 вересня 1777 р., Берлін) – фізик, філософ, математик; був академіком у Мюнхені і Берліні.

Ламберт вперше довів іраціональність чисел  $\pi$  и  $e$  (1766 р.). Посилити дане твердження – довести трансцендентність цих чисел – вдалося тільки через сто років.



Ламберт став одним із засновників неевклідової геометрії. У книзі «Теорія паралельних» (1786 р.), яку було видано вже після його смерті, він висловив ряд глибоких міркувань про роль «п'ятого постулату» в геометрії і навів ряд теорем геометрії Лобачевського, яку вважав несуперечливою.

Ламберт також склав таблицю простих чисел до 102000 (1770 р.), розвинув тригонометрію, теорію конічних перерізів та гіперболічних функцій. У творі «Доповнення до використання математики та застосування» (1765 р.) Ламберт за допомогою зірчатого п'ятикутника математично обґрунтував мнемоничне правило Непера, яке використовується у сферичній тригонометрії для спрощеного отримання усіх основних співвідношень у прямокутних сферичних трикутниках.

Ламберт удосконалив деякі геодезичні методи, провів дослідження двигунів та тертя. В фізиці Ламберт поклав початок фотометрії.

Фотометрія (др.-грецьк. φῶς – світло та μέτρον – вимірюю) – загальна для усіх розділів прикладної оптики наукова дисципліна, на основі якої здійснюються кількісні вимірювання енергетичних характеристик поля випромінювання. Ця наука почалася у 1760-х роках з робіт Ламберта, який сформулював закон дифузного віддзеркалення світла (закон Ламберта) і Бугера (закон поглинання світла, закон Бугера–Ламберта–Бера).

## **Мак Адам, Девід Луїс**

Девід Луїс Мак Адам (1 липня 1910 р. – 9 березня 1998 р.) – американський вчений-кологист. У 1928 р. закінчив Upper Darby High School, Drexel Hill, Pennsylvania. Довгий час співробітничав з Kodak's Research laboratory. Доктор Мак Адам очолював Американську Технічну комісію з колориметрії, а також МКО (Міжнародну комісію з освітлення). Він був головою Американського Оптичного Товариства до 1962 р. Був редактором журналу *Sources of Color Science*.

## Максвелл, Джеймс

Джеймс Клерк (Кларк) Максвелл (James Clerk Maxwell, 13 червня 1831 р., Единбург – 5 листопада 1879 р., Кембридж) – шотландський фізик.

Народився у сім'ї шотландського дворянина із знатного роду Клерків (Clerks). Навчався спочатку в Единбургській академії, Единбургському університеті (1847–1850 рр.), потім у Кембриджському університеті (1850–1854 рр.). У 1856–1860 рр. був професором натуральної філософії Маришал-коледжу Абердинського університету. З 1860 р. очолював кафедру фізики та астрономії у Кінгз-коледжі Лондонського університету.

У 1865 р. у зв'язку із серйозною хворобою (віспа) відмовився від кафедри та оселився у своєму родовому помісті Гленлер поблизу Единбурга. Продовжував займатися наукою, написав кілька творів з фізики та математики. У 1871 р. у Кембриджському університеті очолив кафедру експериментальної фізики. Організував науково дослідну лабораторію, яка відкрилась 16 червня 1874 р. і була названа Кавендішською – на честь Г. Кавендіша.

Наукова діяльність Максвелла охоплювала проблеми електромагнетизму, кінетичної теорії газів, оптики, теорії пружності та багато інших проблем. Свою першу роботу «Про креслення овалів та про овали з багатьма фокусами» Максвелл виконав, коли йому ще не було й 15 років (1864 р., опублікована у 1851 р.). Одними з перших його досліджень були роботи з фізіології та фізики кольорового зору і колориметрії (1852–1872). У 1861 році Максвелл вперше демонстрував кольорове зображення, отримане від одночасного проектування на екран червоного, зеленого та синього діапозитивів, довівши цим справедливність трикомпонентної теорії кольорового зору та одночасно намітив шляхи створення кольорової фотографії. Він створив один із перших приладів для кількісного вимірювання кольору, який отримав назву диска Максвелла.

## **Мах, Ернст**

Ернст Мах (нім. Ernst Mach, 18 лютого 1838 р., Брюнн, Австро-Угорщина, зараз Брно, Чехія — 19 лютого 1916 р., Мюнхен, Німеччина) – австрійський фізик та філософ-позитивіст. Закінчив Віденський університет у 1860 році.

Приват-доцент у Віденському університеті (з 1861 р.), професор фізики у Граці (з 1864 р.), професор фізики (з 1867 р.) і ректор (з 1879 р.) Карлова університету у Празі, професор Німецького університету у Празі (з 1882 р.). Професор філософії Віденського університету (1895–1901 рр.).

Маху належить ряд важливих фізичних відкриттів. Перші роботи Маха присвячені вивченню процесів слуху та зору (пояснення механізму дії вестибулярного апарату, відкриття оптичного явища – так званих кілець, або смуг, Маха). До цього періоду належать роботи «Про колір подвійних зірок на основі принципу Доплера» (1861 р.), «Пояснення музичної теорії Гельмгольца» (1866 р.), «Про стробоскопічне визначення висоти тону» (1873 р.), «Про віддзеркалення та заломлення звука» (разом із Фішером, 1873 р.), «Оптико-акустичні експерименти» (1873 р.), «Основи вчення про кінестезію» (1875 р.) та ін. З 1881 року Мах вивчав аеродинамічні процеси, які супроводжують надзвуковий рух тіл. Він відкрив та дослідив процес виникнення ударної хвилі. У цій області ім'ям Маха названо ряд величин і понять: число Маха, конус Маха та ін.

## **Міжнародна Комісія з освітлення – МКО (Commission Internationale de L'Eclairage – CIE)**

У 1900 році на Міжнародному газовому Конгресі у Парижі було створено Мінародну комісію фотометрії (МКФ). Задача комісії – встановити правила фотометричних вимірювань газових пальників.

У 1911 році Міжнародний електротехнічний конгрес у Турині (Італія), враховуючи значний прогрес світлотехніки, вказав на бажаність організації Міжнародної комісії для

вивчення усієї системи освітлення; пропонувалось також об'єднати цю комісію з існуючою Міжнародною комісією фотометрії.

Враховуючи ці рекомендації, на IV сесії МКФ у Берліні у 1913 році було створено Міжнародну комісію з освітлення (МКО). Таким чином, 1913 рік – офіційна дата заснування МКО (CIE).

Основні задачі МКО:

- Бути міжнародним центром дискусій з усіх питань світлотехніки, центром з обміну досвідом між державами.

- Розробка основних стандартів і методів вимірювання разом із Міжнародною організацією зі стандартизації (**International Organization for Standardization – ISO**).

- Складання рекомендацій для розробки міжнародних і національних норм.

- Складання і публікація норм, доповідей, які стосуються усіх питань світлотехніки; інформація про діяльність МКО та її структур; випуск друкованих видань.

- Забезпечення зв'язків і технічного співробітництва з іншими міжнародними організаціями.

## **Ньютон, Ісаак**

Ньютон (Newton) Ісаак (4 січня 1643 р., Вулсторп, поблизу Грантема, графство Лінкольншир, Англія – 31 березня 1727 р., Лондон; похований у Вестмінстерському абатстві) – англійський математик, механік, астроном та фізик, засновник класичної механіки, член (з 1672 р.) і президент (з 1703 р.) Лондонського королівського товариства. Фундаментальні праці: «Математичні основи натуральної філософії» (1687 р.) та «Оптика» (1704 р.).

Розробив (незалежно від Г. Лейбниця) диференціальне та інтегральне числення.

Відкрив дисперсію світла, хроматичну аберацію, дослідив інтерференцію та дифракцію, розвинув корпускулярну теорію

світла, висунув гіпотезу, яка сполучала корпускулярні та хвильові представлення.

Побудував дзеркальний телескоп. Сформулював основні закони класичної механіки.

Відкрив закон всесвітнього тяжіння, дав теорію руху небесних тіл, створив основи небесної механіки. Простір і час вважав абсолютними. Праці Ньютона набагато випередили загальний науковий рівень його часу, були малозрозумілі сучасникам.

Був директором Монетного двору, налагодив монетну справу в Англії. Відомий алхімік, Ньютон займався хронологією старовинних царств.

Теологічні праці присвятив тлумаченню біблійних пророкувань (більшою частиною не опубліковані).

### **Снелл, Віллеброрд (Снелліус)**

Віллеброрд Снелл (Снелліус) (нідерл. Willebrord Snel van Royen, 1580 р., Лейден – 30 жовтня 1626 р., Лейден) – голандський математик, фізик і астроном.

Народився у Лейдені у сім'ї професора математики. У 1613 році став професором Лейденського університету. Запропонував використовувати метод подібності трикутників під час проведення геодезичних вимірювань, за допомогою якого знайшов рішення задачі Потенота. У його роботі «Eratosthenes Batavus» («Голандський Ератосфен»), яка була опублікована у 1617 році, описувався метод триангуляції і наводились результати вимірювання між містами Берген-Оп-Зомом та Алкмаром дуги меридіана  $1^{\circ}11'30''$ . У 1621 році відкрив закон заломлення світла. Проте результати численних експериментів з оптики не були опубліковані. Пізніше вони були знайдені в архівах Рене Декартом, який використовував їх при написанні своїх «Початків філософії».

## **Фонг, Бу Туонг**

Бу Туонг Фонг (Bui Tuong Phong), народився 14 грудня 1942 року у Ханой, В'єтнам, помер у 1975 році.

У 1954 році разом із сім'єю переїхав до Сайгону. Там він закінчив ліцей Жан Жака Руссо. У 1964 році Фонг приїздить до Франції, де його прийняли до Технологічного Інституту Гренобля (École d'Ingénieur de Grenoble). З 1968 року працював у дослідницькому інституті (Institut de Recherche d'Ingénieur et d'Automatique (IRIA)) як дослідник операційних систем цифрових комп'ютерів. У вересні 1971 року Фонг прибув до Інженерного Коледжу Університету Юти як дослідник-інженер в області комп'ютерних наук. Бу Туонг став відомим спеціалістом завдяки побудові моделей віддзеркалення та зафарбовування у комп'ютерній графіці. Основні результати своїх досліджень він опублікував у докторській дисертації, яку він отримав в університеті Юта у 1973 році. У 1975 році Фонга було прийнято на посаду професора у Стенфордський університет. У цьому ж році Бу Туонг Фонг помер від лейкемії.

## **Френель, Огюстен Жан**

Огюстен Жан Френель (Augustin Jean Fresnel, 1788–1827) – французький фізик, один із засновників хвильової оптики. Френель народився 10 травня 1788 року у Брольї, невеликому містечку у Нормандії.

У школі особливо важко давалися Огюстену знання, які вимагали у першу чергу не логіки, а пам'яті, зокрема вивчення мов.

Коли Огюстену виповнилось 16 років, його перевели у Політехнічну школу. Там працювало багато прекрасних викладачів, а серед екзаменаторів був славетний математик

Лежандр, який з похвалою публічно відзначав роботу Френеля, що дуже допомогло тому стати більш впевненим у собі.

У 1815 році швидко поширювалися наукові публікації, які були присвячені оптиці взагалі та явищам дифракції і поляризації зокрема.

У 1819 році Френель був удостоєний академічної нагороди за роботи з дифракції, у 1823 році його одноголосно було обрано в Академію, а через 3 роки – у Лондонське Королівське суспільство і присудили йому медаль Румфорда.

Оптика зобов'язана Френелю доведенням у 1821 році поперечності світлових хвиль та дослідженню інтерференції поляризованих променів, він відкрив у 1823 році еліптичну та кругову поляризацію, пояснивши хроматичну поляризацію та обертання площини поляризації, подвійне заломлення променів. Тепер сприймається як чудо, що ще до появи електромагнітної теорії Максвелла були написані Френелем знамениті формули, які кількісно описували віддзеркалення та заломлення світла на межі розділу середовищ. Нарешті, Френелю зобов'язана своєю появою і оптика рухомих середовищ.

Не ухилявся Френель і від прикладних задач (він займався маяками), і від педагогічної діяльності. Пов'язані з останньою відрядження, ймовірно, більше усього підірвали здоров'я Френеля, який не дожив і до 40 років.

Помер Френель у Віль-д'Аврі поблизу Парижа 14 липня 1827 року.

## **Юнг, Томас**

Томас Юнг (Thomas Young, 13 червня 1773 р., Мілвертон, графство Сомерсет – 10 травня 1829 р., Лондон) – англійський фізик, лікар, астроном, східнознавець, один з творців хвильової теорії світла.

У 21 рік став членом Лондонського королівського товариства (1794 р.), протягом 1802–1829 рр. був його секретарем. У 1801–1803 рр. був професором Королівського інституту у Лондоні. З

1811 року до кінця свого життя працював лікарем у лікарні Святого Георгія у Лондоні.

Наукові інтереси Юнга дуже різноманітні. Найбільш важливі напрямки його робіт – оптика, механіка, фізіологія зору, філологія. У 1793 році у роботі «Спостереження над процесом зору» він вказав, що акомодация ока обумовлена зміною кривини кришталика.

Оптичні спостереження привели Юнга до думки, що корпускулярна теорія світла, яка панувала на той час, неправильна. Він висловлювався на користь хвильової теорії. Його ідеї викликали заперечення англійських учених. Під їх впливом Юнг відмовився від своєї думки. Однак у трактаті з оптики і акустики «Досліди і проблеми по звуку і світлу» (1800 р.) вчений знову прийшов до хвильової теорії світла і вперше розглянув проблему суперпозиції хвиль. Подальшим розвитком цієї проблеми було відкриття Юнгом принципу інтерференції (сам термін було введено Юнгом у 1802 р.). У доповіді «Теорія світла і кольорів», яку Юнг прочитав Королівському товариству у 1801 році (опублікована у 1802 р.), він дав пояснення кілець Ньютона на основі інтерференції і описав перші досліди з визначення довжин хвиль світла. У 1803 році у роботі «Досліди та обчислення, які стосуються фізичної оптики» (опублікована у 1804 р.), він розглянув явища дифракції. Після класичних досліджень О. Френеля з інтерференції поляризованого світла Юнг висловив гіпотезу про поперечність світлових коливань. Він розробив також теорію кольорового зору, засновану на припущенні про існування у сітчастій оболонці ока трьох видів чутливих волокон, які реагують на три основні кольори.

У 1807 році у двотомній праці «Курс лекцій з натуральної філософії і механічного мистецтва» Юнг узагальнив результати своїх теоретичних та експериментальних робіт з фізичної оптики (термін ввів Юнг) та виклав свої дослідження з деформації зсуву, ввів числову характеристику пружності при розтягуванні та стисканні – так званий модуль Юнга. Він вперше розглянув



механічну роботу як величину, пропорційну енергії (термін ввів Юнг), під якою розумів величину, пропорційну масі та квадрату швидкості тіла.

## Література

1. Блинова Т. А. Компьютерная графика / Т. А. Блинова, В. Н. Порев. – Киев : ЮНИОР, 2005. – 514 с.
2. Шикин Е. В. Компьютерная графика. Полигональные модели / Е. В. Шикин, А. В. Боресков. – М. : Диалог МИФИ, 2001. – 462 с.
3. Петров М. Н. Компьютерная графика / М. Н. Петров, В. П. Молочков. – СПб. : ПИТЕР, 2002. – 736 с.
4. Домасев М. Цвет, управление цветом, цветовые расчеты и измерения / М. Домасев, С. Гнатюк. – СПб. : ПИТЕР, 2009. – 224 с.
5. Сиденко Л. Компьютерная графика и геометрическое моделирование : Учебное пособие / Л. Сиденко. – СПб. : ПИТЕР, 2009. – 224 с.
6. Пономаренко С. Пиксел и вектор. Принципы цифровой графики / С. Пономаренко. – СПб. : БХВ-Петербург, 2002. – 478 с.
7. Миронов Д. Ф. Компьютерная графика в дизайне / Д. Ф. Миронов. – СПб. : ПИТЕР, 2004. – 216 с.
8. Карцев Вл. Максвелл / Вл. Карцев. – М. : Молодая гвардия, 1974. – 336 с.
9. Джадд Д. Цвет в науке и технике / Д. Джадд, Г. Вышецки. – М. : Мир, 1978. – 592 с.
10. Алексеев С. С. Цветоведение / С. С. Алексеев. – М. : Искусство, 1952. – 148 с.

11. Ивенс Р. М. Введение в теорию цвета / Р. М. Ивенс. – М. : Наука, 1964. – 342 с.

12. Луизов А. В. Глаз и свет / А. В. Луизов. – Л. : Энергоатомиздат, 1983. – 144 с.

13. Форсайт Дэвид А. Компьютерное зрение. Современный подход / Дэвид А. Форсайт, Дж. Понс. – Москва – Санкт-Петербург – Киев : ВИЛЬЯМС, 2004. – 926 с.

### **Интернет-ресурсы**

[http://compgraphics.info/3D/lighting/phong\\_reflection\\_model.php](http://compgraphics.info/3D/lighting/phong_reflection_model.php)

[http://en.wikipedia.org/wiki/Bui\\_Tuong\\_Phong](http://en.wikipedia.org/wiki/Bui_Tuong_Phong)

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Снелл,\\_Виллеброрд](http://ru.wikipedia.org/wiki/Снелл,_Виллеброрд)

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Гуро,\\_Анри](http://ru.wikipedia.org/wiki/Гуро,_Анри)

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Ламберт,\\_Иоганн\\_Генрих](http://ru.wikipedia.org/wiki/Ламберт,_Иоганн_Генрих)

[http://en.wikipedia.org/wiki/David\\_MacAdam](http://en.wikipedia.org/wiki/David_MacAdam)

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Мах,\\_Эрнст](http://ru.wikipedia.org/wiki/Мах,_Эрнст)

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Френель,\\_Огюстен\\_Жан](http://ru.wikipedia.org/wiki/Френель,_Огюстен_Жан)

<http://steps3d.narod.ru/articles.html>

### **Показчик скорочень**

CIE	– 19
CIE XYZ	– 28
CMY	– 18, 33
CMYK	– 18, 33
dpi	– 9
HSB	– 18, 36
HSL	– 18, 36
HSV	– 18, 36
Lab	– 31
Luv	– 31
MKO	– 19
ppi	– 9
RGB	– 18
spi	– 9

## Словник

бітова мапа	– 10
вектор падіння	– 44
вектор віддзеркалення	– 44
векторна візуалізація	– 7
глибина кольору	– 10
довжина хвилі	– 14
закон Ламберта	– 47
колірна модель	– 18
колірні компоненти	– 18
колірні координати	– 18
колірні моделі	– 18
-                адитивні	– 18
-                перцепційні	– 18
-                субтрактивні	– 18
колориметр	– 19
крива видимості	– 16
модель Фонга	– 46
монохроматичне випромінювання	– 14
насиченість	– 39
піксель	– 7
поверхня ідеально дзеркальна	– 44
растр	– 7
растрова візуалізація	– 7
роздільна здатність	– 8
розмір растру	– 7
трикутник Максвелла	– 20
яскравість	– 40

Навчальне видання  
**Лисиця Віктор Тимофійович**

## **КОЛІРНІ МОДЕЛІ ТА ЗАКОНИ ПОШИРЕННЯ СВІТЛА**

Навчально-методичний посібник  
для студентів механіко-математичного факультету,  
спеціальність «інформатика»

Коректор А. І. Сєдих  
Комп'ютерна верстка В. Т. Лисиця  
Макет обкладинки В. Т. Лисиця  
Формат 60х84/16, ум. друк. арк. 3.3, зам. № 151/12.  
Видавець і виготовлювач  
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна,  
61022, м. Харків, пл. Свободи, 4.  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК №     від  
Видавництво ХНУ імені В. Н. Каразіна  
Тел. 705-24-32